



多旋翼飞行器设计与控制

第七讲 多旋翼传感器的校正 及测量模型

全权 副教授

qq_buaa@buaa.edu.cn

自动化科学与电气工程学院

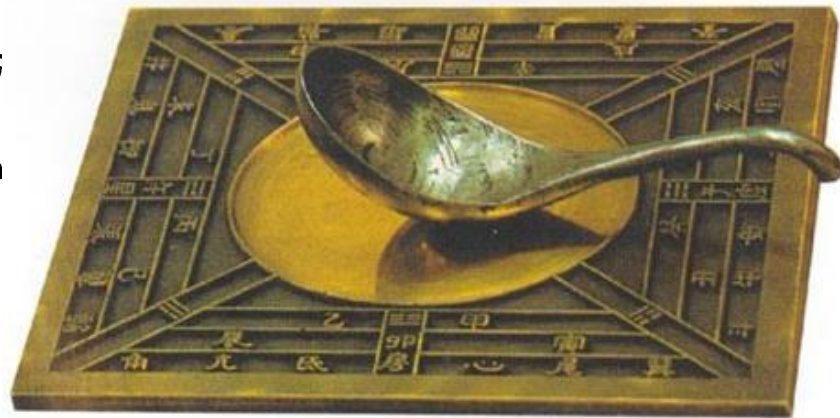
北京航空航天大学

2016年4月21日 北航主南401



前言

东方智慧： 中国古人很早就发明了指南针，为人类开疆扩土进行导航。相传公元前2700年中国的轩辕黄帝发明了指南针。黄帝用指南针，在大雾中辨别方向，打败了蚩尤。根据史书记载，中国人早在战国时代已使用指南针。公元前3世纪的《韩非子》中说，战国时代已有人用“司南”（指南针）。宋代沈括《梦溪笔谈》对此记载更详，而且还发现了地磁偏角。他在《梦溪笔谈》卷二十四中写道：“方家以磁石摩针锋，则能指南，然常微偏东，不全南也。”这是我国和世界上关于地磁偏角的最早记载。西方直到公元1492年哥伦布第一次航行美洲时才发现了地磁偏角，比沈括的发现晚了约400年。中国古代也有不少关于指南针的诗词。



指南针



前言

传感器的基本原理是什么以及如何对它
内部参数进行校正?



大纲

1. 三轴加速度计
2. 三轴陀螺仪
3. 三轴磁力计
4. 超声波测距模块
5. 气压计
6. 激光扫描测距雷达
7. GPS模块
8. 摄像机
9. 小结



1. 三轴加速度计

□ 基本原理

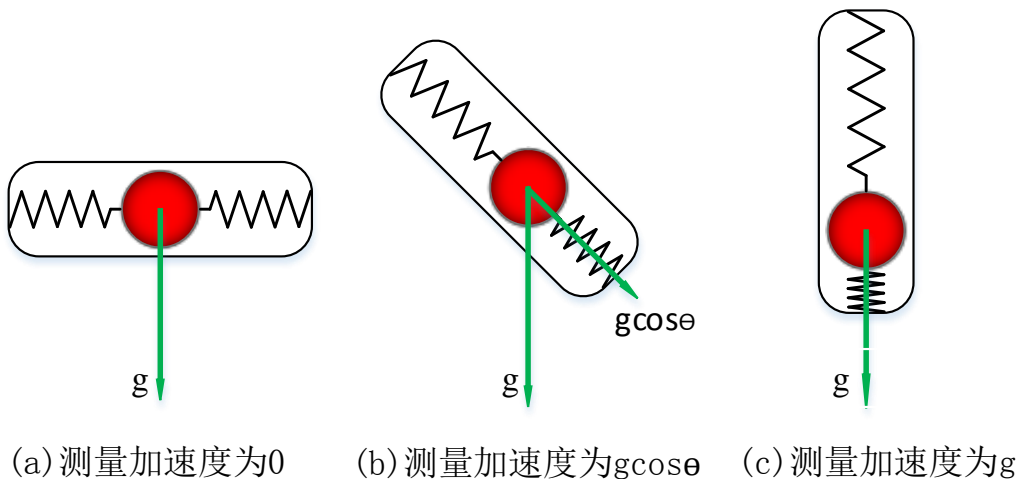
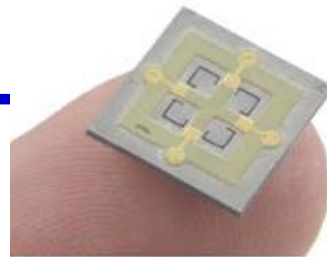


图. 加速度计测量原理

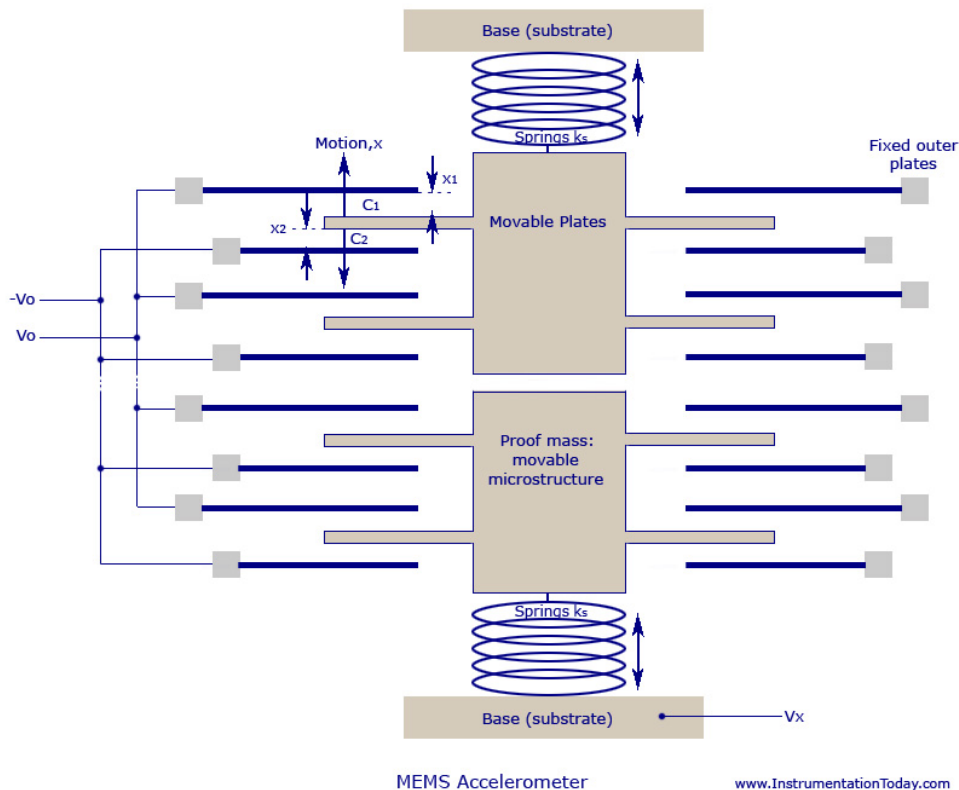
MEMS三轴加速度计是采用压阻式、压电式和电容式工作原理，产生的**加速度（压力或者位移）**分别正比于**电阻、电压和电容的变化**。这些变化可以通过相应的放大和滤波电路进行采集。该传感器的缺点是受振动影响较大。



1. 三轴加速度计



□ 基本原理



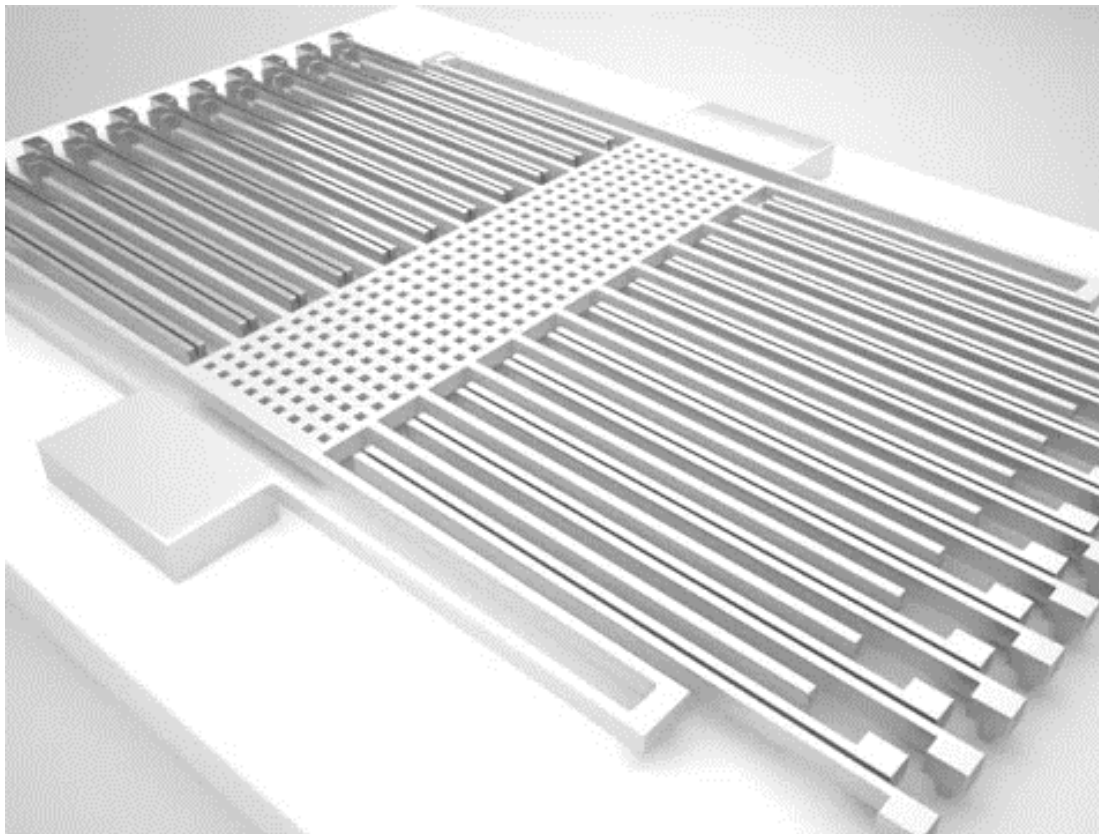
MEMS三轴加速度计是采用压阻式、压电式和电容式工作原理，产生的**加速度（压力或者位移）**分别正比于**电阻、电压和电容的变化**。这些变化可以通过相应的放大和滤波电路进行采集。该传感器的缺点是受振动影响较大。

图. MEMS加速度计测量原理，来源<http://www.instrumentationtoday.com/mems-accelerometer/2011/08/>



1. 三轴加速度计

□ 基本原理



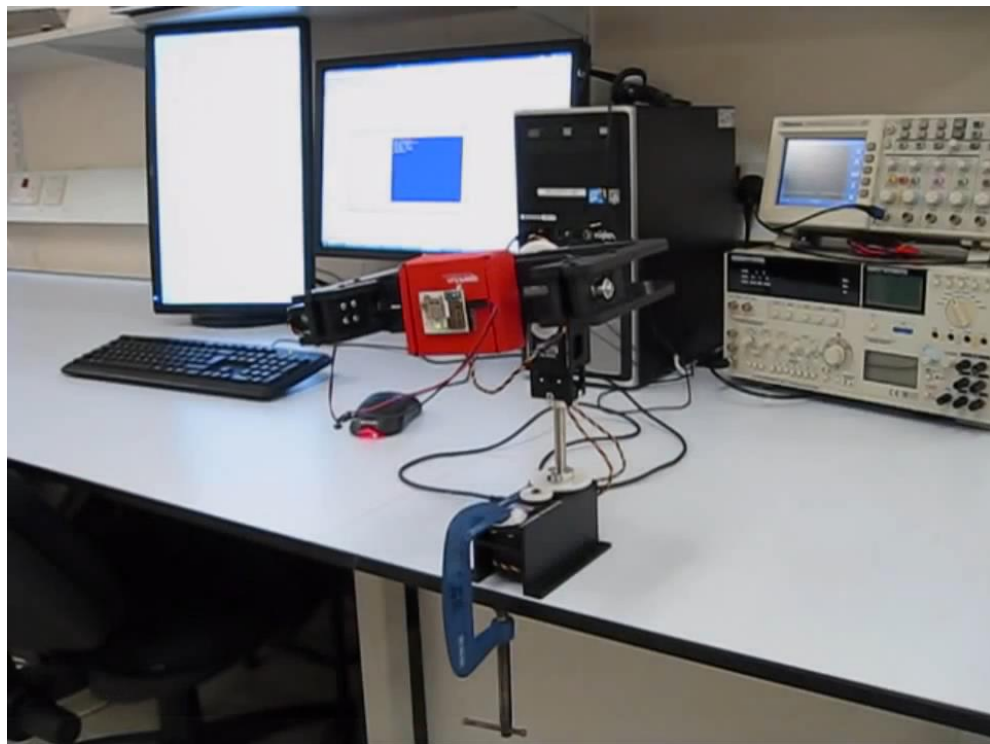
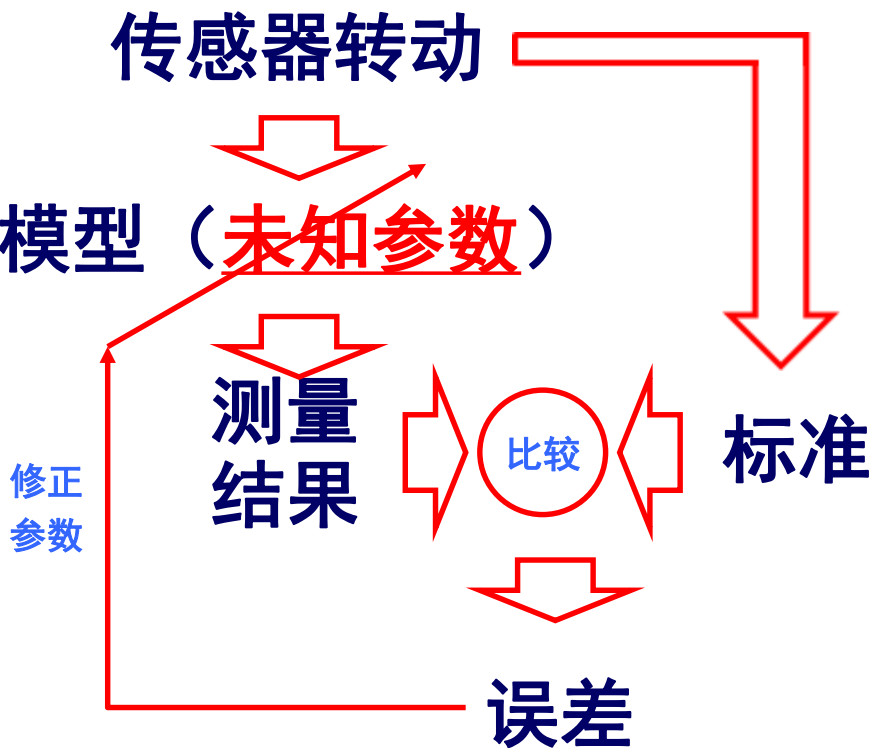
来源MEMS Accelerometer, <https://www.youtube.com/watch?v=p-gKaEkw9CU>



1. 三轴加速度计

□ 校正

(1) 校正



Accelerometer, magnetometer & gyroscope calibration

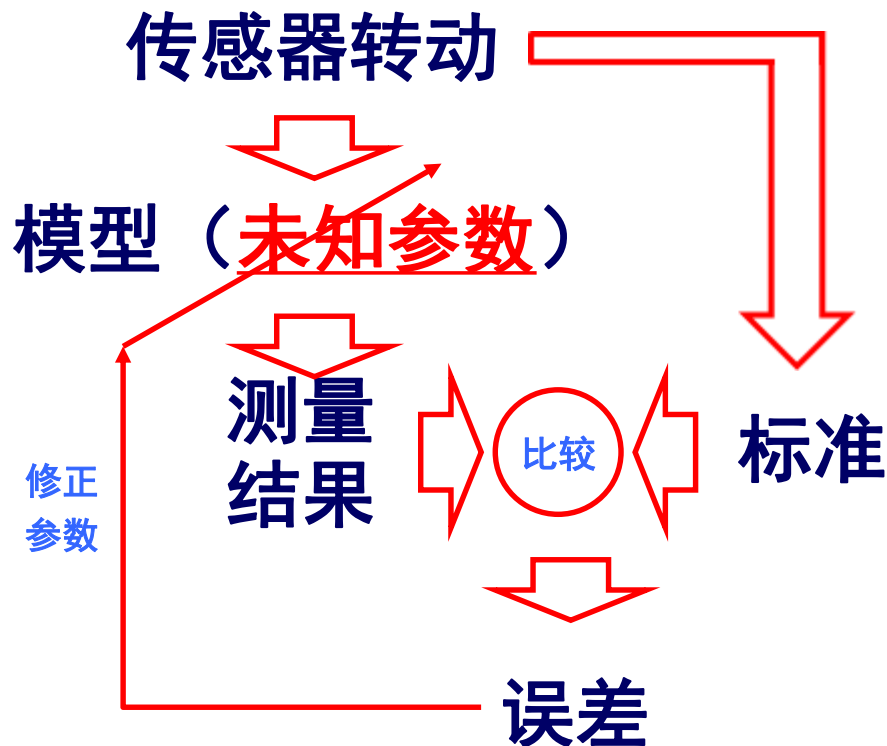
<https://www.youtube.com/watch?v=XqQCbkncVYI>



1. 三轴加速度计

□ 校正

(1) 校正



(2) 自动校正

- 一般校正：需要外部标定设备，麻烦，但精确
- 自动校正：不需要外部标定设备，简单，精度略微差





1. 三轴加速度计

□ 自动校正^{[1],[2]}

(1) 误差模型

三轴加速度计在实际生产过程中和安装过程中，总会出现一些偏差。因此，需要建立标定前和标定后的三轴加速度的关系。误差模型如下

$${}^b \mathbf{a}_m = \mathbf{T}_a \mathbf{K}_a ({}^b \mathbf{a}'_m + \mathbf{b}'_a)$$

标定后三轴加速度值

$$\mathbf{T}_a = \begin{bmatrix} 1 & \Delta\psi_a & -\Delta\theta_a \\ -\Delta\psi_a & 1 & \Delta\phi_a \\ \Delta\theta_a & -\Delta\phi_a & 1 \end{bmatrix}$$

微小旋转

$$\mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} s_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & s_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & s_{az} \end{bmatrix}$$

尺度因子

标定前三轴加速度值

$$\mathbf{b}'_a = \begin{bmatrix} b'_{ax} \\ b'_{ay} \\ b'_{az} \end{bmatrix}$$

偏移



1. 三轴加速度计

□ 自动校正

(2) 校正方法

为了校正加速度计的测量值，我们需要估计下列未知参数

$$\Theta_a = [\Delta\psi_a \quad \Delta\theta_a \quad \Delta\phi_a \quad s_{ax} \quad s_{ay} \quad s_{az} \quad b'_{ax} \quad b'_{ay} \quad b'_{az}]^T$$

定义了下面的函数

$${}^b \mathbf{a}_m = \mathbf{h}_a(\Theta_a, {}^b \mathbf{a}'_m) = \mathbf{T}_a \mathbf{K}_a ({}^b \mathbf{a}'_m + \mathbf{b}'_a)$$

原理：“无论加速度计位置如何放置，它的大小始终应该是常值，即当地重力矢量的实际大小”

根据这个原理，我们有

$$\Theta_a^* = \arg \min_{\Theta_a} \sum_{k=1}^M \left(\|\mathbf{h}_a(\Theta_a, {}^b \mathbf{a}'_{m,k})\| - g \right)^2$$

$\arg \min \{ \}$ 表示使目标函数取最小值时的变量值



1. 三轴加速度计

□ 自动校正

(3) 校正实验

数据来源：PIXKAWK飞控板的IMU, 通过串口解析Mavlink协议采集数据

优化算法：Levenberg-Marquardt (LM) 算法

校正结果：

$$\mathbf{T}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0.0093 & -0.0136 \\ -0.0093 & 1 & 0.0265 \\ 0.0136 & -0.0265 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} 1.0203 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0201 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0201 \end{bmatrix}, \mathbf{b}'_a = 10^{-5} \begin{bmatrix} -2.755 \\ 1.565 \\ -9.942 \end{bmatrix}$$

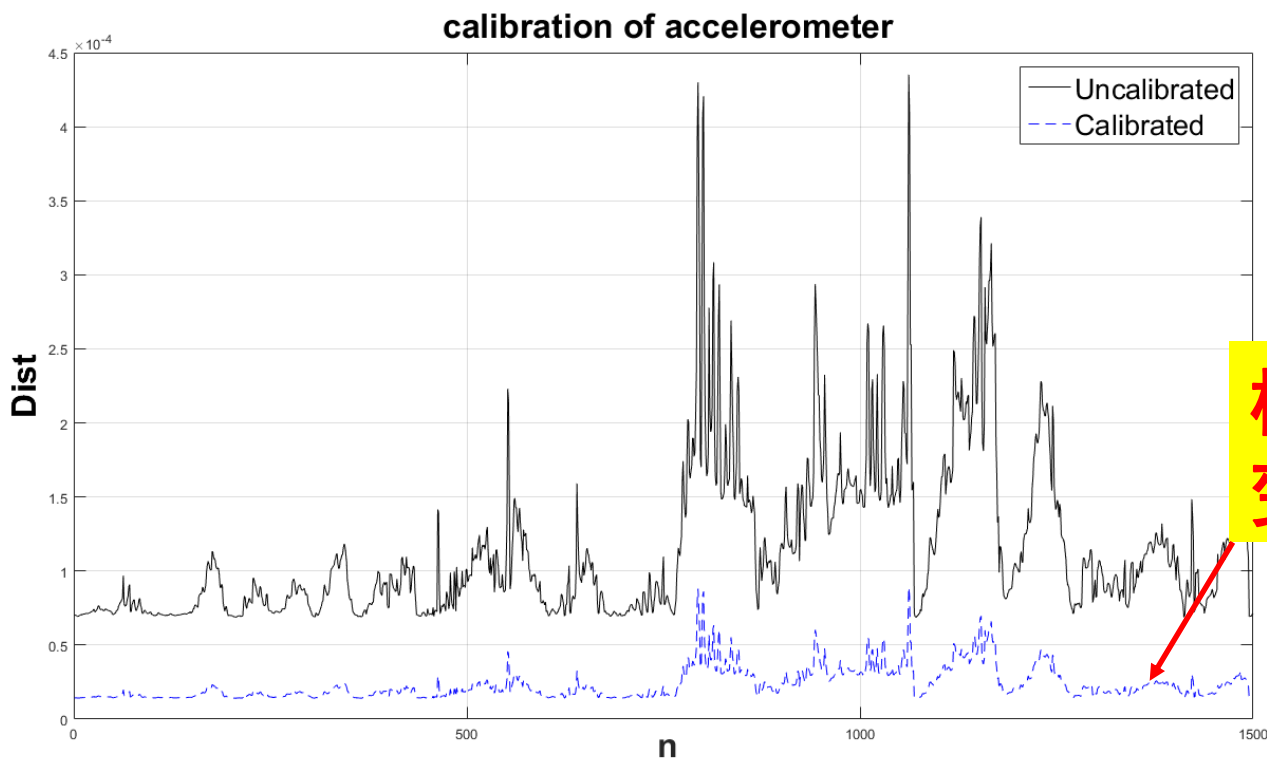


1. 三轴加速度计

□ 自动校正

$$\text{Dist} = \left(\left\| \mathbf{h}_a \left(\Theta_a, {}^b \mathbf{a}'_{m,k} \right) \right\| - g \right)^2$$

(3) 校正实验



校正后误差
变小，达到目的

图. 加速度校正误差



1. 三轴加速度计

□ 自动校正

(4) MissionPlanner 加速度计校准流程



图 MissionPlanner 加速度计校准流程

<http://ardupilot.org/copter/docs/common-accelerometer-calibration.html>

将多旋翼（加速度计）按照指定的朝向（水平，左侧，右侧，……）摆放，然后点击按键记录此时的加速度计数据，通过上述 已知姿态-测量姿态 的数据对可以解算出加速度计存在的各类误差，对数据进行校准。



1. 三轴加速度计

□ 测量模型

加速度计固联在机体轴上，测量的是三个机体轴方向上的加速度，因此记为 ${}^b \mathbf{a}_m \in \mathbb{R}^3$ 。它可以表示为

$${}^b \mathbf{a}_m = {}^b \mathbf{a} + \mathbf{b}_a + \mathbf{n}_a$$

校正后测量的加速度 真实的加速度 漂移 高斯白噪声

漂移量 \mathbf{b}_a 又可建模为如下的高斯随机游走过程

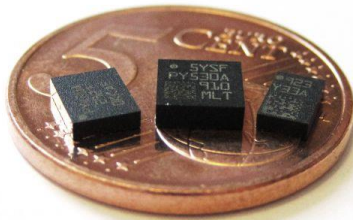
$$\dot{\mathbf{b}}_a = \mathbf{n}_{b_a}$$

其中 $\mathbf{n}_{b_a} \in \mathbb{R}^3$ 表示为高斯白噪声。

由于大多数MEMS传感器均是以半导体材料作为基础加工的，而半导体对温度很敏感，再加上其他的一些安装，电路设计等影响因素，**零点漂移和温度漂移是不可避免。**



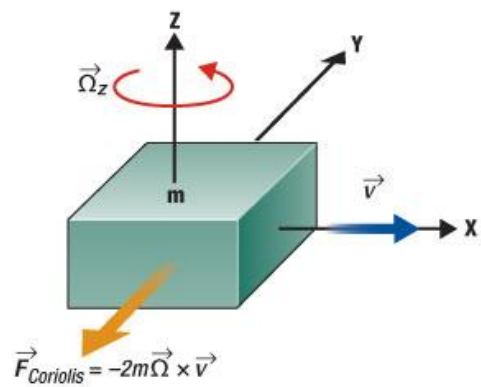
2. 三轴陀螺仪



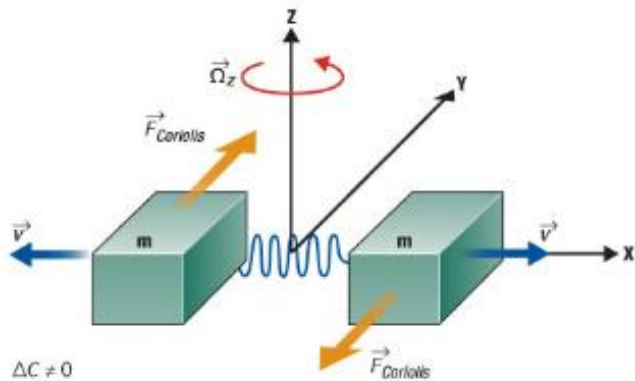
□ 基本原理

问题：一个质量块和两个质量块区别？

两个质量块运动速度方向相反，而大小相同。它们产生的科里奥利力相反，从而压迫两块对应的电容板移动，产生电容差分变化。**电容的变化正比旋转角速度。**因为加速度变化只能导致两个质量块朝相同方向移动，不会带来电容的差分变化。



(a) 科里奥利力



(b) MEMS 陀螺原理

图. MEMS陀螺仪测量原理，来源于<http://electroi.com>



2. 三轴陀螺仪

□ 自动校正^{[1],[2]}

(1) 误差模型

三轴陀螺仪在实际生产过程中和安装过程中，总会出现一些偏差。因此，需要建立标定前和标定后的三轴角速度的关系。误差模型如下

$${}^b\boldsymbol{\omega}_m = \mathbf{T}_g \mathbf{K}_g ({}^b\boldsymbol{\omega}'_m + \mathbf{b}'_g)$$

标定后三轴角速度 $\mathbf{T}_g = \begin{bmatrix} 1 & \Delta\psi_g & -\Delta\theta_g \\ -\Delta\psi_g & 1 & \Delta\phi_g \\ \Delta\theta_g & -\Delta\phi_g & 1 \end{bmatrix}$ 微小旋转

尺度因子 $\mathbf{K}_g = \begin{bmatrix} s_{gx} & 0 & 0 \\ 0 & s_{gy} & 0 \\ 0 & 0 & s_{gz} \end{bmatrix}$

标定前三轴角速度 $\mathbf{b}'_g = \begin{bmatrix} b'_{gx} \\ b'_{gy} \\ b'_{gz} \end{bmatrix}$ 偏移



2. 三轴陀螺仪

□ 自动校正

(2) 校正方法

原理：“因为角速度的积分会得到角度信息，因此结合已校正的三轴加速度得到的角度信息可以校正未知的陀螺仪参数。”

为了校正陀螺仪测量量，我们定义了一个操作 Ψ ，如下

$$\mathbf{q}'_{a,k+1} = \Psi(\Theta_g, {}^b\omega'_{m,k}, \mathbf{q}_{a,k})$$

递推后得到的四元数

陀螺仪未知参数

陀螺仪读数序列

校正加速度计求得的四元数，偏航角假设为0

第五章“四元数变化率与机体角速度的关系”+龙格库塔法

其中

$$\Theta_g = [\Delta\psi_g \quad \Delta\theta_g \quad \Delta\phi_g \quad s_{gx} \quad s_{gy} \quad s_{gz} \quad b'_{gx} \quad b'_{gy} \quad b'_{gz}]^T$$



2. 三轴陀螺仪

□ 自动校正

(2) 校正方法

递推后得到的加速度 $\mathbf{q}'_{a,k} \Rightarrow \mathbf{a}'_{k+1} = \begin{bmatrix} a'_{x_b,k+1} \\ a'_{y_b,k+1} \\ a'_{z_b,k+1} \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} -\sin \theta' \\ \cos \theta' \sin \phi' \\ \cos \theta' \cos \phi' \end{bmatrix}$

加速度计得到的加速度 ${}^b \mathbf{a}_{k+1}$

我们希望通过积分得到的角度与加速度测量的角度尽量相同

根据这个原理，我们有

$$\Theta_g^* = \arg \min_{\Theta_g} \sum_{k=1}^M \left(\Psi'(\Theta_g, {}^b \omega'_{m,k}, {}^b \mathbf{a}_{k-1}) - {}^b \mathbf{a}_k \right)^2$$

递推后得到的加速度函数



2. 三轴陀螺仪

□ 自动校正

(3) 校正实验

数据来源：PIXKAWK飞控板的IMU，通过串口解析Mavlink协议采集数据，还有经过校正的加速度数据

优化算法：Levenberg-Marquardt (LM) 算法

校正结果：

$$\mathbf{T}_g = \begin{bmatrix} 1 & 0.1001 & -0.1090 \\ -0.1001 & 1 & 0.1002 \\ 0.1090 & -0.1002 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b}'_g = \begin{bmatrix} 0.2001 \\ 0.2002 \\ 0.2004 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$



2. 三轴陀螺仪

□ 自动校正

$$\text{Dist} = \left(\Psi' \left(\Theta_g, {}^b \omega'_{m,k}, {}^b \mathbf{a}_{k-1} \right) - {}^b \mathbf{a}_k \right)^2$$

(3) 校正实验

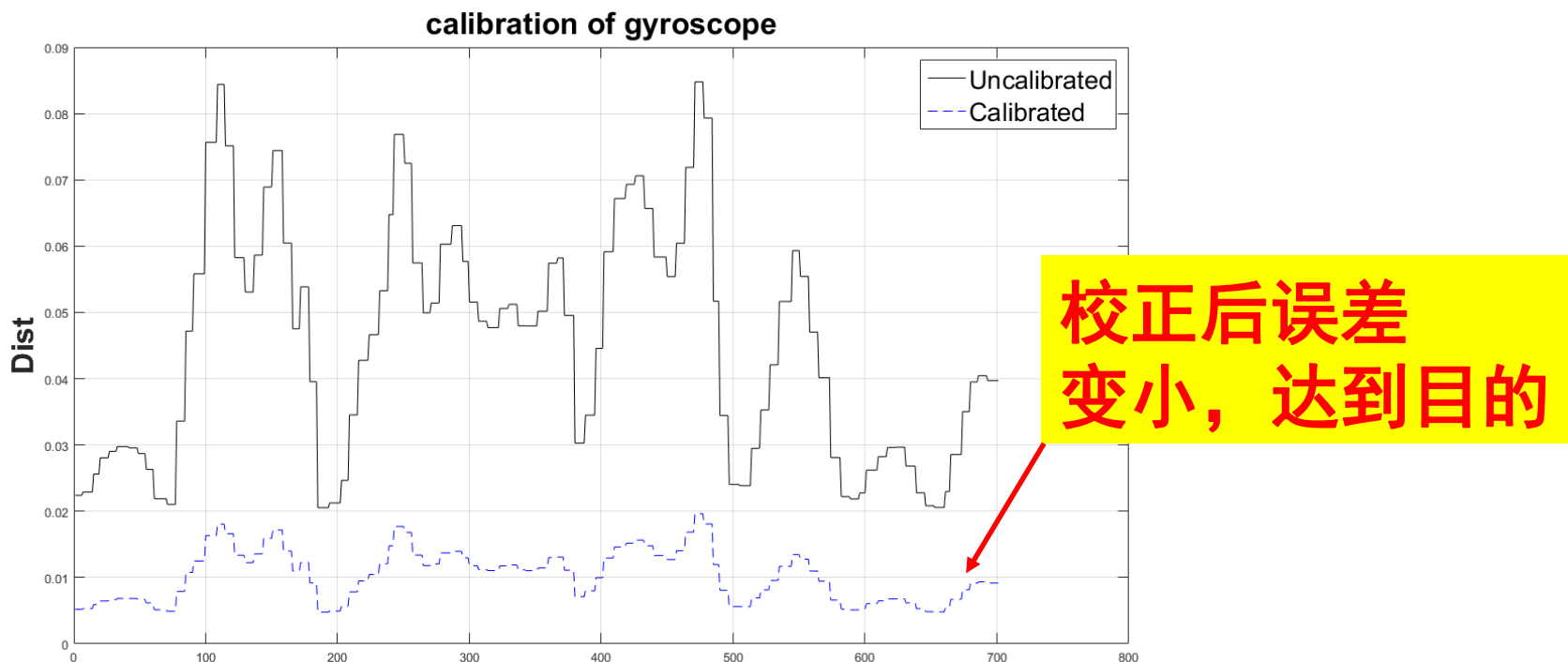


图. 陀螺仪校正误差



2. 三轴陀螺仪

□ 测量模型

陀螺仪也是固联在机体轴上，测量的是三个机体轴方向上的角速度，因此记为 ${}^b\boldsymbol{\omega}_m \in \mathbb{R}^3$ 。它可以表示为

$${}^b\boldsymbol{\omega}_m = {}^b\boldsymbol{\omega} + \mathbf{b}_\omega + \mathbf{n}_\omega$$

↑ ↑ ↑ ↑
校正后 真实的 漂移 白噪声
测量的 角加速度
角加速度

进一步，漂移量又可建模为如下的高斯随机游走过程

$$\dot{\mathbf{b}}_\omega = \mathbf{n}_{b_\omega}$$

其中 $\mathbf{n}_{b_\omega} \in \mathbb{R}^3$ 表示为高斯白噪声。



3. 三轴磁力计

□ 基本原理

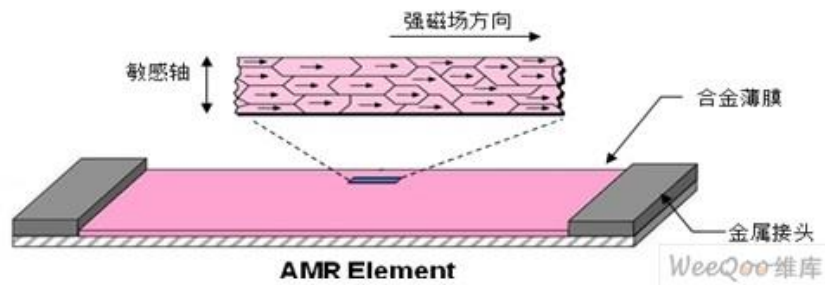


图. 磁力计电阻值, <http://www.dzsc.com/>

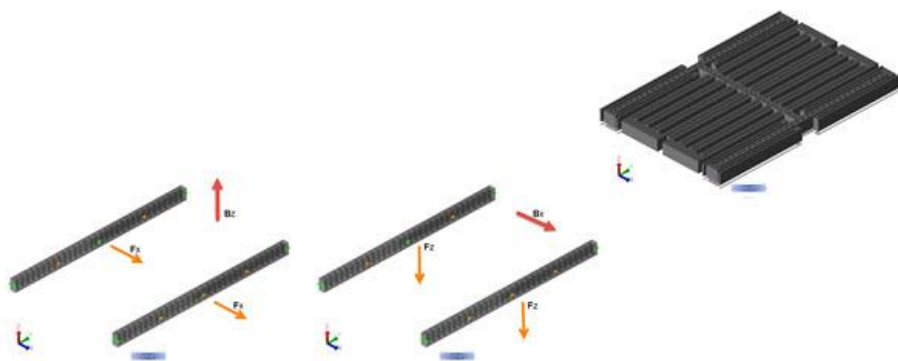


图. 洛伦兹力原理, <http://www.dzsc.com/>

该磁力仪是采用三个互相垂直的磁力计，每个轴向上的传感器检测在该方向上的地磁场强度。一种方式是采用具有晶体结构的合金材料。它们对外界的磁场很敏感，磁场的强弱变化会导致磁力计电阻值发生变化。

另外还可以采用洛伦兹力原理，电流流过磁场产生力，从而驱动电容等变化。



3. 三轴磁力计

□ 自动校正^{[1],[2]}

(1) 误差模型

三轴电子罗盘在实际生产过程中和安装过程中，总会出现一些偏差，不仅如此周边的原件（飞控芯片，供电电路，电机）也会对其产生影响。误差模型如下

$${}^b \mathbf{m}_m = \mathbf{T}_c \mathbf{K}_c ({}^b \mathbf{m}'_m + \mathbf{b}'_c)$$

标定后
三轴磁感
应强度值

$$\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} 1 & \Delta\psi_c & -\Delta\theta_c \\ -\Delta\psi_c & 1 & \Delta\phi_c \\ \Delta\theta_c & -\Delta\phi_c & 1 \end{bmatrix}$$

微小旋转

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} s_{cx} & 0 & 0 \\ 0 & s_{cy} & 0 \\ 0 & 0 & s_{cz} \end{bmatrix}$$

尺度因子

标定前
三轴磁感
应强度值

$$\mathbf{b}'_c = \begin{bmatrix} b'_{cx} \\ b'_{cy} \\ b'_{cz} \end{bmatrix}$$

偏移



3. 三轴磁力计

□ 自动校正

(2) 校正方法

原理：无论罗盘位置如何放置，它的真实的磁场的感应场的大小是常量，即 $\|{}^b \mathbf{m}_{m,k}\|^2 = 1, k = 1, 2, \dots, M$ 。

为了校正三轴磁力计模型，我们需要估计下列未知参数

$$\Theta_c = [\Delta\psi_c \quad \Delta\theta_c \quad \Delta\phi_c \quad s_{cx} \quad s_{cy} \quad s_{cz} \quad b'_{cx} \quad b'_{cy} \quad b'_{cz}]^T$$

我们定义了下面的函数：

$${}^b \mathbf{m}_m = \mathbf{h}_c(\Theta_c, {}^b \mathbf{m}'_m) = \mathbf{T}_c \mathbf{K}_c ({}^b \mathbf{m}'_m + \mathbf{b}'_c)$$

根据这个原理，我们有

$$\Theta_c^* = \arg \min_{\Theta_c} \sum_{k=1}^M \left(\|\mathbf{h}_c(\Theta_c, {}^b \mathbf{m}'_{m,k})\| - 1 \right)^2$$



3. 三轴磁力计

□ 自动校正

(3) 校正实验

数据来源：PIXKAWK飞控板的IMU, 通过串口解析Mavlink协议采集数据

优化算法：Levenberg-Marquardt (LM) 算法

校正结果：

$$\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} 1 & -0.0026 & 0.0516 \\ 0.0026 & 1 & -0.0156 \\ -0.0516 & 0.0156 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} 0.9999 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9999 \end{bmatrix}, \mathbf{b}'_c = 1 \times 10^{-5} \begin{bmatrix} -0.3223 \\ -0.1280 \\ 0.1589 \end{bmatrix}$$



3. 三轴磁力计

□ 自动校正

$$\text{Dist} = \left(\mathbf{h}_c \left(\Theta_c, {}^b \mathbf{m}'_{m,k} \right) - 1 \right)^2$$

(3) 校正实验

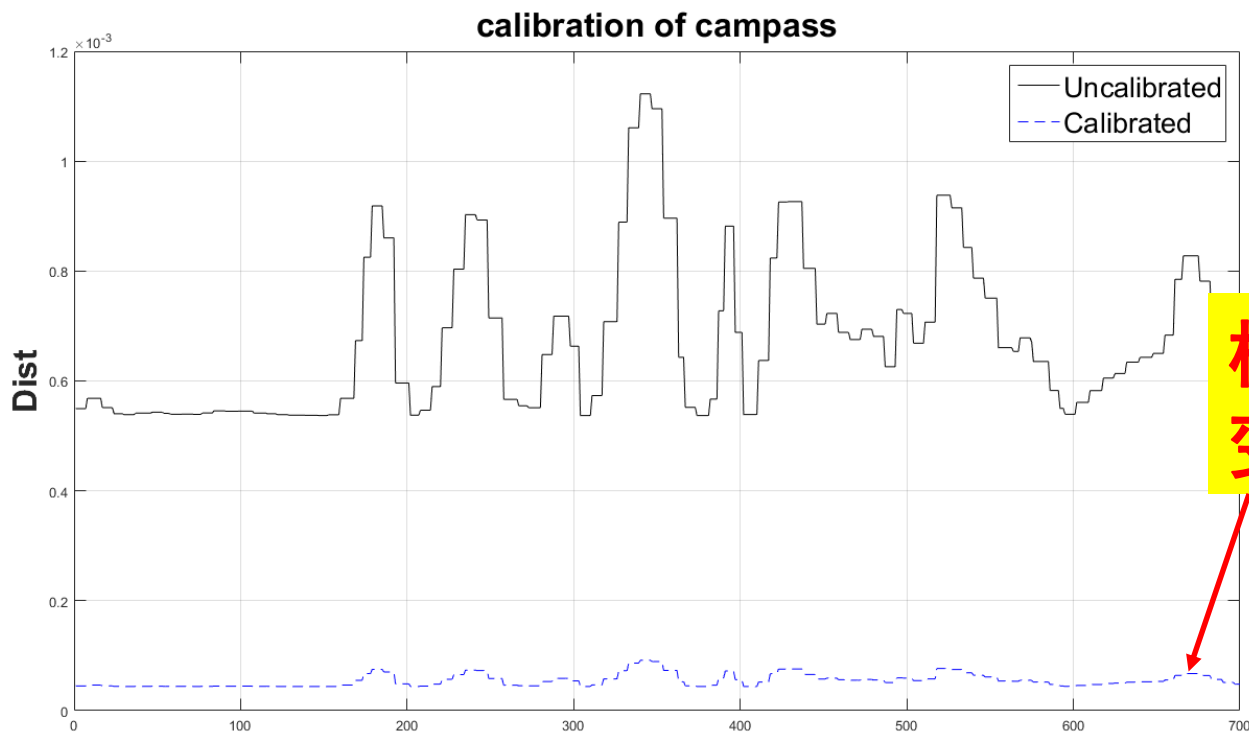


图. 陀螺仪校正误差



3. 三轴磁力计

□ 测量模型

三轴磁力计固联在机体轴上，测量的是机体坐标系的三个方向上的磁场矢量，记为 ${}^b\mathbf{m}_m \in \mathbb{R}^3$ 它们可以表示为

$${}^b\mathbf{m}_m = \mathbf{R}_e^b \cdot {}^e\mathbf{m} + \mathbf{b}_m + \mathbf{n}_m$$

↑ ↑ ↑ ↑ ↓
校正后测量 旋转 真实的 漂移 白噪声
的磁力方向 矩阵 磁力方向

进一步，漂移量 $\mathbf{b}_m \in \mathbb{R}^3$ 又可建模为如下的高斯随机游走过程

$$\dot{\mathbf{b}}_m = \mathbf{n}_{b_m}$$

其中 $\mathbf{n}_{b_m} \in \mathbb{R}^3$ 表示为高斯白噪声。

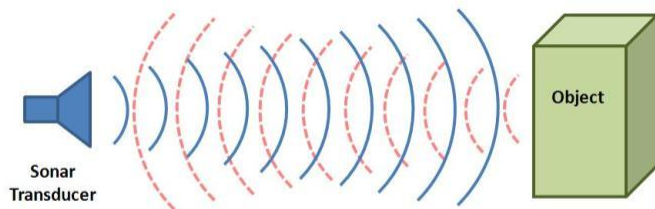


4. 超声波测距模块

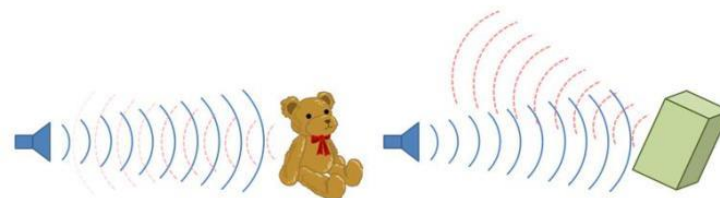


□ 基本原理

超声波是指振动频率大于20kHz的声波，其每秒的振动次数很高，超出了人耳听觉的上限，被称为超声波。它方向性好，穿透能力强，广泛应用于测距和测速等方面。因此，要计算超声波发生器与被测物体的距离 d ，只要计算出从发出超声波信号到接收到返回信号的时间 Δt ，声速为 v ，则 $d = v\Delta t/2$ ，可以得出超声波发生器与被测物体的距离。（**缺点：距离短**）



Basic sonar illustration – a transducer generates a sound pulse and then listens for the echo.



A soft object may produce little or no echo. An object at an angle relative to the transducer might reflect an echo away from the sensor.

图片来自：<http://picaxe.hobbizine.com/srf05.html>



4. 超声波测距模块

□ 校正

这些量是位置控制需要的观测值，它们微小偏差不会对飞行器造成很大的性能下降。因此，这些传感器所产生的偏差可以通过多旋翼飞行在线进行校正。

□ 测量模型

超声波传感器一般用于测相对高度，位于多旋翼正下方。如果传感器测得距离为 $d_{\text{SONAR}} \in \mathbb{R}_+$ ，那么飞行器离地高为

$$d_{\text{SONAR}} = -\frac{1}{\cos\theta \cos\phi} p_{z_e} + n_{d_{\text{SONAR}}}$$

其中： $\theta, \phi \in \mathbb{R}$ 表示俯仰角和滚转角， $n_{d_{\text{SONAR}}} \in \mathbb{R}$ 表示高斯白噪声。如果采用的超声波传感器也含有漂移，也可以将模型如前面传感器模型一样进行扩展。



5. 气压计

□ 基本原理

多旋翼多采用压电式气压计，气压计也是一种压力传感器，新一代的气压计既可以测量气压和高度，又可以测量温度。大气压随高度的增加而减小，气压计正是通过测量大气压来估计高度。因为大气压分布不是均匀的而且气压计对气流的影响很敏感（**有风情况测量不准**），因此气压计只能得到飞行高度的近似值。

□ 校正

这些量是位置控制需要的观测值，它们微小偏差不会对飞行器造成很大的性能下降。因此，这些传感器所产生的偏差可以通过多旋翼飞行在线进行校正。



5. 气压计

□ 测量模型

气压计用于测绝对高度，进一步得到相对高度

$$d_{\text{BARO}} = -p_{z_e} + b_{d_{\text{BARO}}} + n_{d_{\text{BARO}}}$$

↑ ↑ ↑ ↑

测量的 真实 漂移 白噪声
高度 高度

进一步，漂移量 $b_{d_{\text{BARO}}} \in \mathbb{R}$ 又可建模为如下的高斯随机游走过程

$$\dot{b}_{d_{\text{BARO}}} = n_{b_{d_{\text{BARO}}}}$$

其中 $n_{b_{d_{\text{BARO}}}} \in \mathbb{R}$ 表示为高斯白噪声。



6. 激光扫描测距雷达

□ 基本原理

激光扫描仪是利用时间飞行原理来测量工件的尺寸及形状等工作的一种仪器，激光扫描测量系统基于激光测距原理。通过旋转的光学部件发射形成二维的扫描面，以实现区域扫描及轮廓测量功能。二维激光扫描测距系统可以实现360度一定范围内的激光测距扫描，产生所在空间的平面点云地图信息用于地图测绘、机器人定位导航、物体/环境建模等应用。

□ 校正

因为激光扫描测距雷达一般用于测高或者避障，它们微小偏差不会对飞行器造成很大的性能下降。因此，一般可以认为出产的传感器已经足够精确。



6. 激光扫描测距雷达



2D Ranging Laser Scanner-TiM551 by SICK, <https://www.youtube.com/watch?v=Nsf7WfTEqh0>



6. 激光扫描测距雷达

□ 测量模型

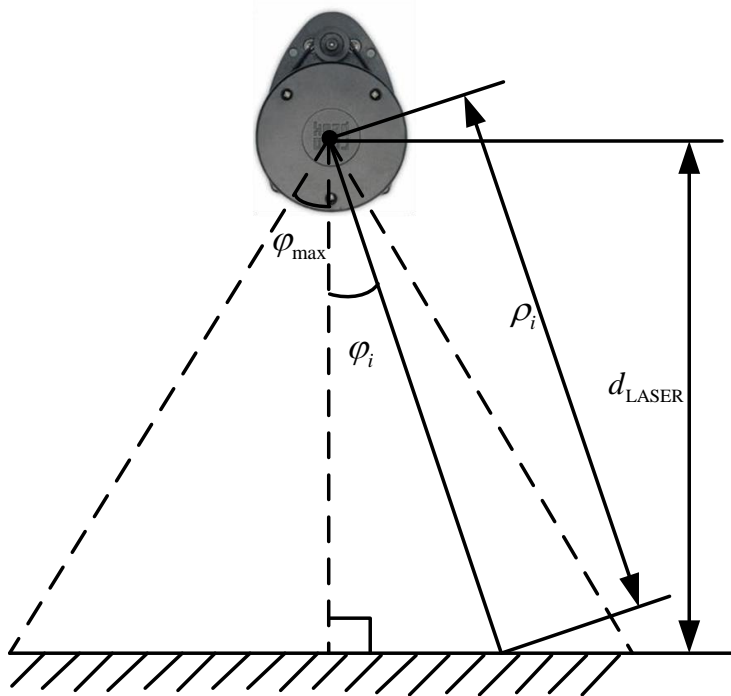


图. 激光扫描测距雷达工作原理

激光扫描测距雷达到平面的高度模型如下

$$d_{\text{LASER}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i \cos \varphi_i = -\frac{1}{\cos \theta \cos \phi} p_{z_e} + n_{l,p}$$

其中： $\rho_i \in \mathbb{R}$ 和 $\varphi_i \in [-\varphi_{\max}, \varphi_{\max}]$ 为测距仪测得的距离值和当前扫描时刻的角度值， n 为采样点个数， θ, ϕ 表示俯仰角和滚转角， $n_{l,p}$ 表示高斯白噪声。



6. 激光扫描测距雷达

□ 补充知识（LiDAR）

集激光、GPS和IMU为一体的设备。

其所测得的数据为数字表面模型的离散点表示，数据中含有空间三维信息和激光强度信息。应用分类技术在这些原始数字表面模型中移除建筑物、人造物、覆盖植物等测点，即可获得数字高程模型，并同时得到地面覆盖物的高度。

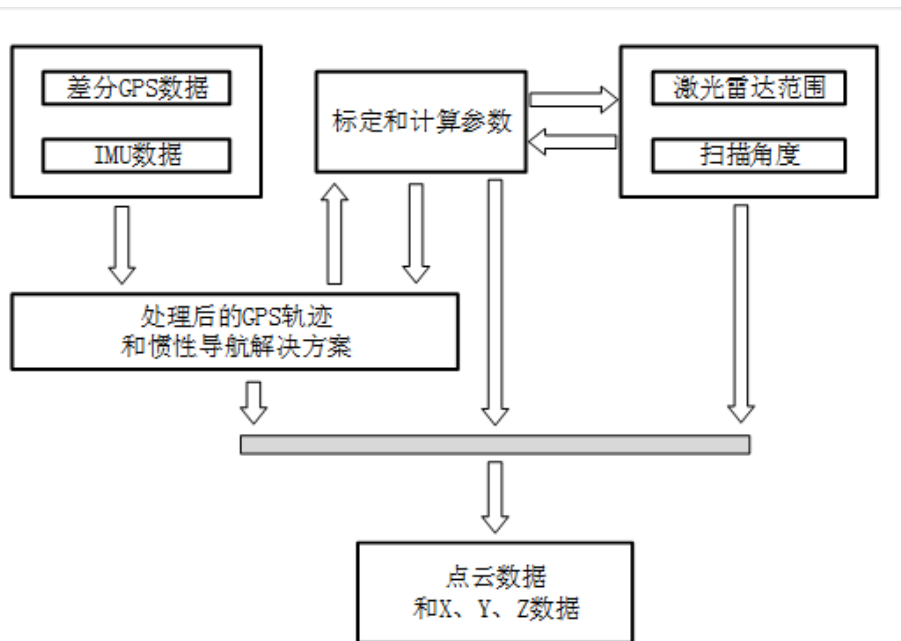


图 LiDAR生成点云原理图



6. 激光扫描测距雷达

□ 补充知识（LiDAR）



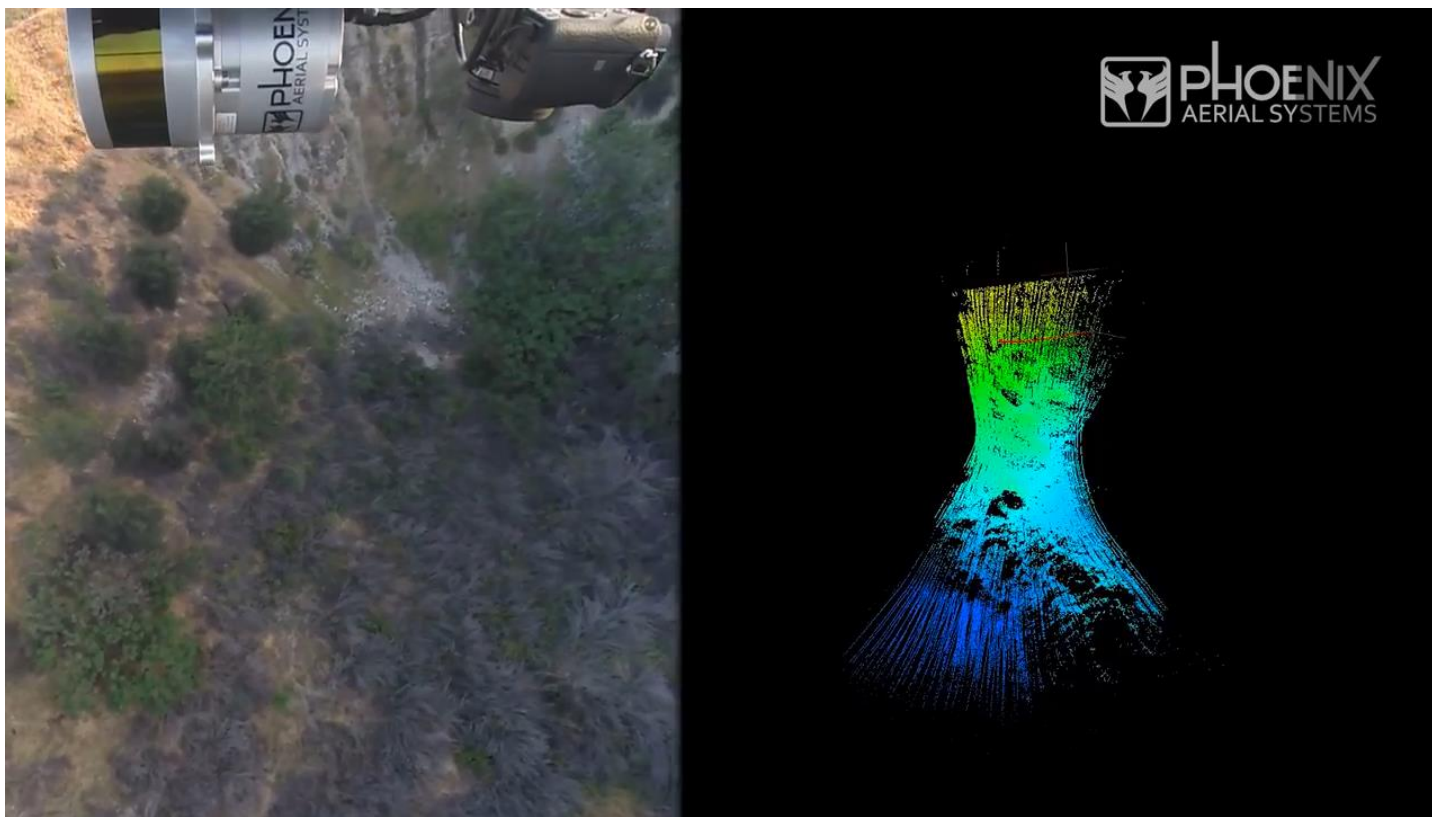
图 Velodyne公司的LiDAR及
装载LiDAR系统的多旋翼

LiDAR的性能指标包括：重量、范围、功率、水平视场角、垂直视场角、每秒扫描点数、扫描频率、辨识精度、通道数（一个激光发射器和一个激光接收器为一个通道）。以Velodyne公司的VLP-16为例，它重0.83kg，扫描范围100m、8W、水平扫描角度是 360° 、垂直方向为 $\pm 15^\circ$ 、每秒扫描点数300000点，扫描频率5-20Hz、辨识精度 $\pm 3\text{cm}$ 、16个通道数。由于LiDAR的小型化，使其得以在多旋翼上施展拳脚，如左图所示。



6. 激光扫描测距雷达

□ 补充知识 (LiDAR)



Phoenix Aerial AL3-16 UAV LiDAR Mapping System Overview, https://www.youtube.com/watch?v=BhHro_rcgHo



7. GPS模块

□ 基本原理

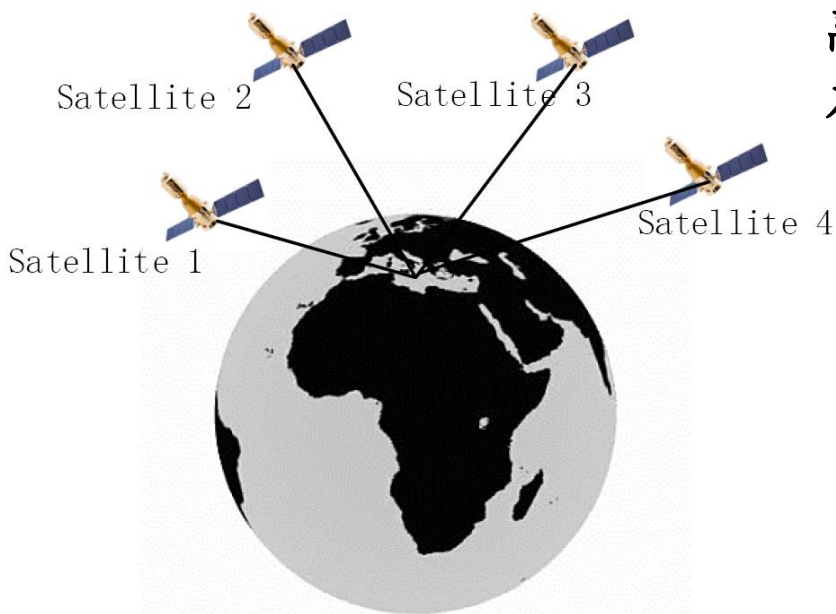


图 GPS卫星示意图

对C/A码测得的伪距称为C/A码伪距，精度约为20米左右，对P码测得的伪距称为P码伪距，精度约为2米左右。考虑电离层、对流层和钟差影响，伪距定位基本观测方程为

$$\rho = \rho' + c(\delta_t + \delta_T) + \delta_I$$

真实距离 伪距 光速 卫星钟误差改正数 接收机时钟相对于GPS时间的误差改正数 延迟改正数

接收机钟差的产生是因为GPS接收机一般采用高精度的石英钟，接收机的钟面时与GPS标准时之间的差异称为接收机钟差。**未知数**



7. GPS模块

□ 基本原理

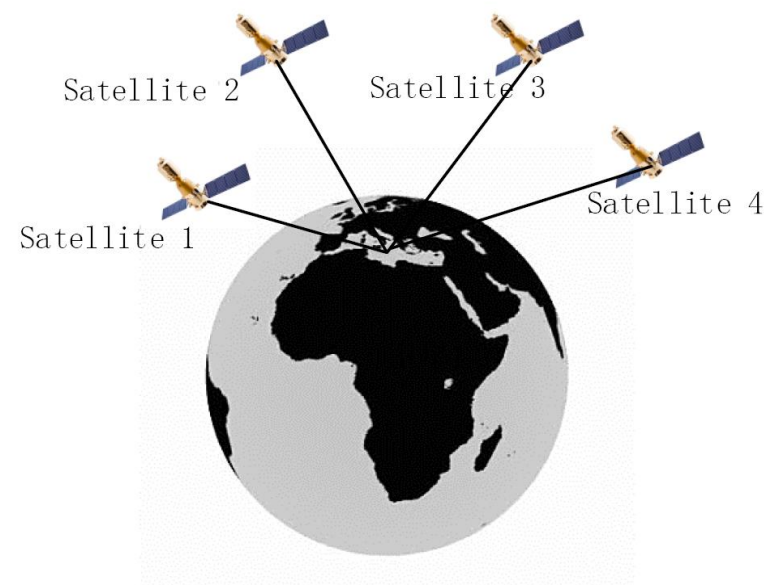


图. GPS卫星示意图

令卫星的坐标为 $\mathbf{p}_{s,k} \in \mathbb{R}^3, k = 1, \dots, n_s$ 而用户接收机的位置坐标为 $\mathbf{p}_r \in \mathbb{R}^3$ 。可以得到

$$\|\mathbf{p}_{s,k} - \mathbf{p}_r\| - \delta_I = \rho'_k + c(\delta_{t,k} + \delta_T), k = 1, \dots, n_s$$

共4个未知数。因此，最少需要4颗卫星，才能够对用户接收机进行定位。



7. GPS模块

□ 差分GPS基本原理

差分GPS (DGPS) 主要是通过消除误差公共项来改善定位性能。DGPS系统由**基准站**、**数据链**和**用户**三部分构成，它要求有高质量的GPS基准接收机放在已知坐标的基准站上，基准站估算每个卫星的**测距误差分量**，并对每颗卫星可视范围内的卫星形成**校正值**，将该校正值或者原始观测值，通过数据链发送给所有的DGPS用户。

因为L1载波波长为19.03cm，而L2载波波长为24.42cm。这比C/A码或P码波长短得多，所以定位精度能够提高。与伪距测量相比，**伪距定位数据处理简单精度低，而载波相位定位数据处理复杂，精度高**。相同的道理，同时采用载波相位测量原理和差分原理，可以使三维定位精度达到**厘米级**。这方面可关注由日本东京海洋大学开发的**RTKLIB开源项目**<http://www.rtklib.com/>。



7. GPS模块



Piksi The RTK GPS Receiver by Swift Navigation Inc. <https://www.youtube.com/watch?v=-R4IeRGsvQg>



7. GPS模块

□ 测量模型

GPS模块放在多旋翼飞行器上，用于测量在地球表面惯性坐标系的位置 ${}^e \mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$ 。它可以表示为

$${}^e \mathbf{p}_{\text{GPS}} = {}^e \mathbf{p} + \mathbf{b}_p + \mathbf{n}_p$$

↑ ↑ ↑ ↑
测量到的 真实 漂移 噪声
位置 位置
信号 信号

进一步，漂移量 \mathbf{b}_p 又可建模为如下的高斯随机游走过程

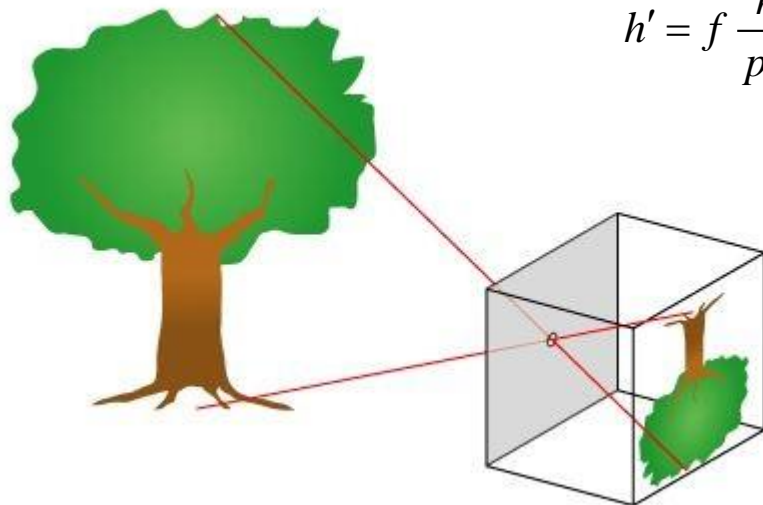
$$\dot{\mathbf{b}}_p = \mathbf{n}_{b_p}$$

其中 $\mathbf{n}_{b_p} \in \mathbb{R}^3$ 表示为高斯白噪声。一般的GPS和差分GPS都可以采用上面的模型，不同的是它们的精度不同，体现在漂移和噪声参数上，还有它们的频率不同。



8. 摄像机

□ 基本原理



$$h' = f \frac{h}{p_{z_c}}$$

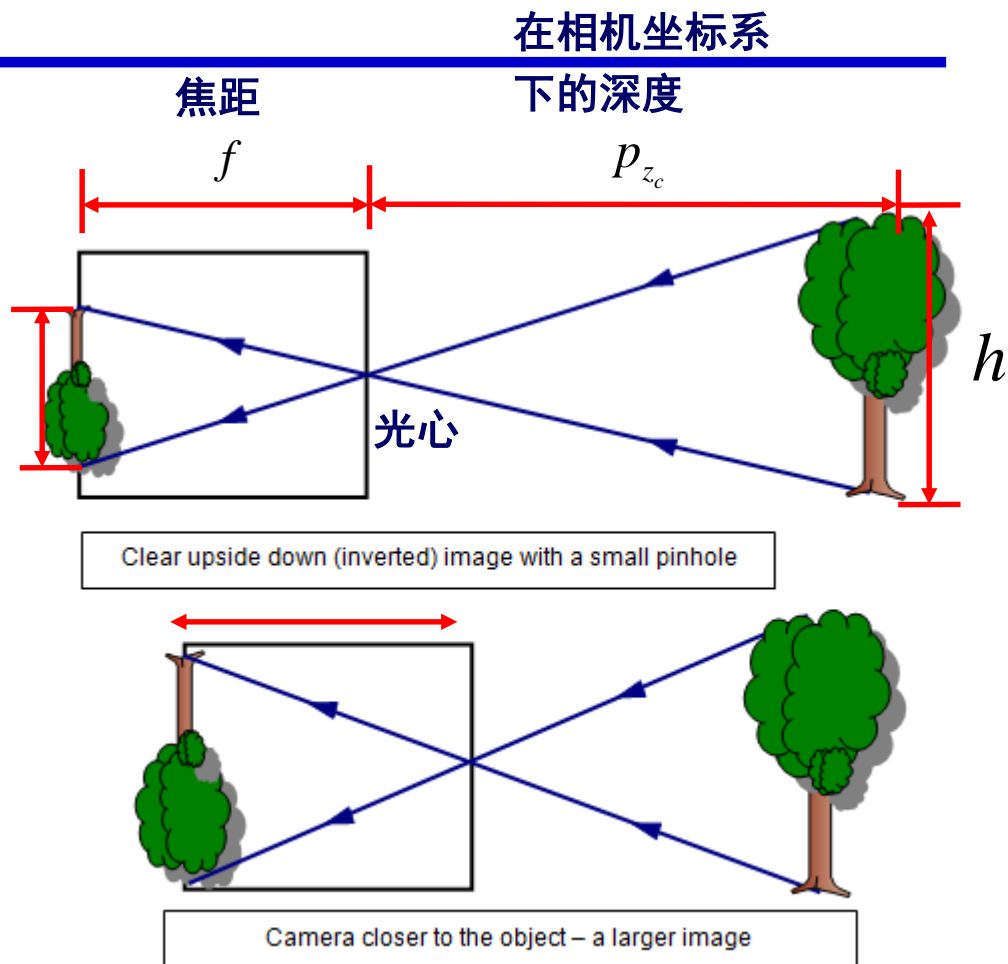


图. 针孔摄像机成像模型示意图, <http://myworldweb.com/?p=218>



8. 摄像机

□ 基本原理

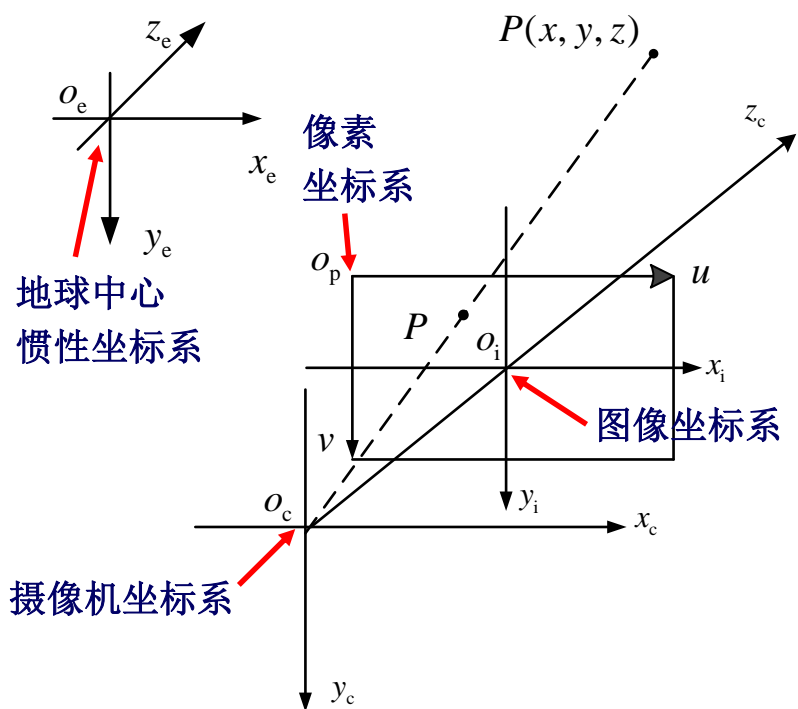


图. 摄像机成像模型

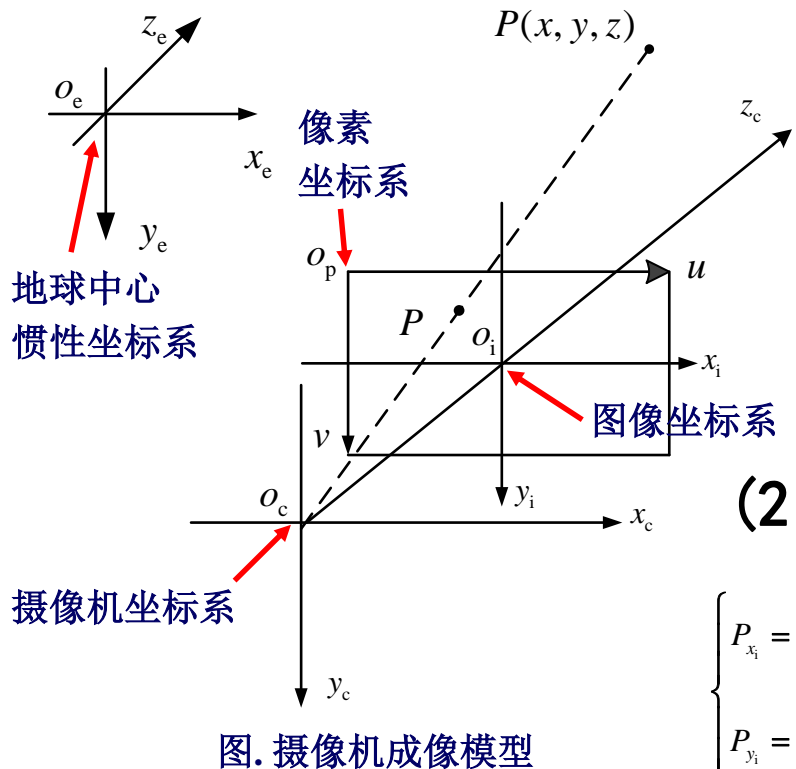
在机器视觉中，摄像机通过成像透镜将三维场景投影到二维像平面的投影关系即为成像模型，摄像机成像模型将三维空间中的点与图像平面中的点对应起来。为了研究的方便，空间中任一点P在图像中的成像位置可以用**针孔成像模型**近似表示，这种关系也称为**中心摄影或透视投影模型**。



8. 摄像机

□ 测量模型

(1) 地球表面惯性坐标系到摄像机坐标系的变换



$$\begin{bmatrix} P_{x_c} \\ P_{y_c} \\ P_{z_c} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{R}_e^c & \mathbf{T} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}}_{M_2} \begin{bmatrix} P_{x_e} \\ P_{y_e} \\ P_{z_e} \\ 1 \end{bmatrix}$$

旋转矩阵 \mathbf{R}_e^c 和 三维平移向量 \mathbf{T} 。

(2) 摄像机坐标系到图像坐标系的变换

$$\begin{cases} P_{x_i} = \frac{fP_{x_c}}{P_{z_c}} \\ P_{y_i} = \frac{fP_{y_c}}{P_{z_c}} \end{cases} \Rightarrow s \begin{bmatrix} P_{x_i} \\ P_{y_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_P \begin{bmatrix} P_{x_c} \\ P_{y_c} \\ P_{z_c} \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} u = \frac{P_{x_i}}{dX} + u_0 \\ v = \frac{P_{y_i}}{dY} + v_0 \end{cases}$$

毫米 (毫米) 像素 (像素)



8. 摄像机

□ 测量模型

(3) 综合

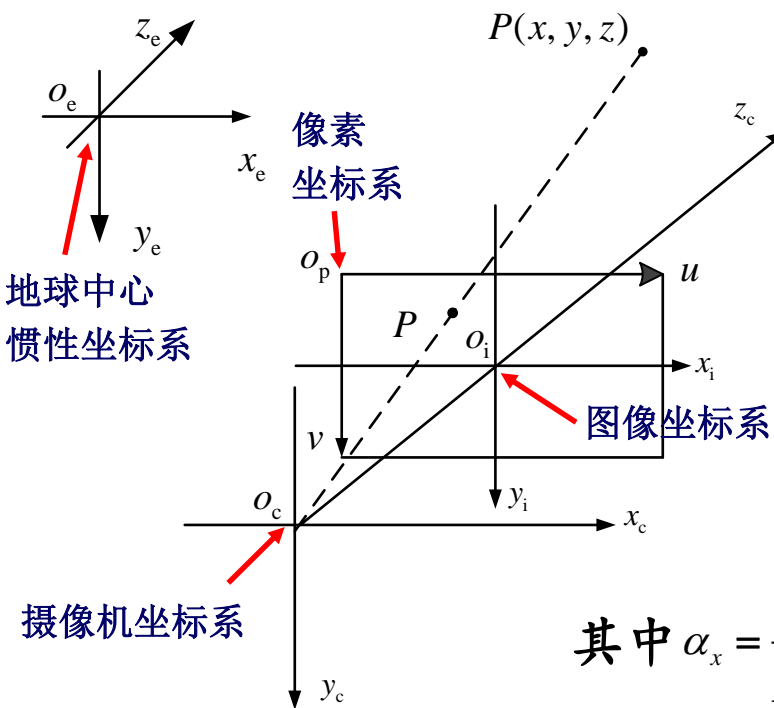


图. 摄像机成像模型

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dX} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dY} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_e^c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} P_{x_e} \\ P_{y_e} \\ P_{z_e} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{M_1} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_e^c \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} P_{x_e} \\ P_{y_e} \\ P_{z_e} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2 \mathbf{X}_e = \mathbf{M} \mathbf{X}_e$$

其中 $\alpha_x = \frac{f}{dX}$ 为 u 轴上的尺度因子, 或称为 u 轴上归一化焦距; $\alpha_y = \frac{f}{dY}$ 为 v 轴上尺度因子, 或称为 v 轴上归一化焦距



8. 摄像机

□ 内部参数校正工具箱

工具箱	描述	网址
Computer Vision System Toolbox	Matlab R2012a以及更高版本自带的工具箱自带工具箱。采用棋盘格作为靶标，可以对一般相机进行标定。	http://cn.mathworks.com/help/vision/index.html
Camera Calibration Toolbox for Matlab	采用棋盘格作为靶标，可以对传统相机进行标定。	http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/
Camera Calibration Toolbox for Generic Lenses	可以对传统相机和全方位相机，比如：鱼眼相机和折反射相机，进行标定。采用平面靶标。	http://www.ee.oulu.fi/~jkannala/calibration/calibration.html
The DLR Camera Calibration Toolbox	标定过程全自动，可以处理标定物不完全在图像内的情况。采用平面靶标，亚像素提取精度。	http://dlr.de/rmc/rm/en/desktopdefault.aspx/tabid-3925/6084_read-9201/
Fully automatic camera and hand to eye calibration	二合一的工具箱。一部分为全自动标定，第二部分是机器人手眼标定（Hand-Eye Calibration）	http://www.vision.ee.ethz.ch/software/calibration_toolbox//calibration_toolbox.php
Camera Calibration Tools	相机可以直接连到电脑进行标定	http://www0.cs.ucl.ac.uk/staff/Dan.Stoyanov/calib/
Omnidirectional Calibration Toolbox	可以用于标定双曲（Hyperbolic），抛物线（Parabolic），折叠镜（Folded Mirror），球面（Spherical）和大广角（Wide-angle）相机。	http://www.robots.ox.ac.uk/~cm ei/Toolbox.html
Camera Calibration Toolbox for Generic Multiple Cameras	采用一维标定杆，可以对传统、大广角和鱼眼相机进行内外参标定	http://quanquan.buaa.edu.cn/CalibrationToolbox.html



9. 小结

- 本节课主要给出了三轴加速度计，三轴陀螺仪和三轴磁力计的自动标定的原理和方法。因为无需额外的设备，因此这些方法也**比较实用**。
- 本节课的校正方法属于传感器内部参数标定，还有传感器外部参数标定可以进一步研究。这是因为我们认为传感器的坐标系原点就是多旋翼的机体系原点，坐标系的轴也是与多旋翼的机体系轴一致的。然而，**由于安装的问题，不可能将传感器都置于多旋翼的中心或重心**。

关于IMU标定参考

[1] D. Tedaldi, A. Pretto and E. Menegatti. A Robust and Easy to Implement Method for IMU Calibration without External Equipments. 2014 IEEE International Conference on Robotics & ,2014,Hong Kong, China.

[2] E. Dorveaux, D. Vissière, A. P. Martin, and N. Petit. Iterative calibration method for inertial and magnetic sensors. IEEE International Conference on on Decision and Control, 2009, Shanghai, China.



10. 作业

选做一题：

1. 大疆的精灵3的主板上装有一个大电阻，当刚解锁无人机时，手机客户端的界面上会显示IMU正在预热中，请解释下这个设计与传感器校正之间的原理。
2. 自拟一道与本章节内容相关的题，并回答。（难度与上面题目相当，不能抄袭其他书籍）



11. 资源

- (1) 课程中心 (课件、资料、作业等)
- (2) 可靠飞行控制研究组主页 (课件等)

<http://rfly.buaa.edu.cn/resources/>

- (3) 关注可靠飞行控制研究组公众号 buaarfly (课件等)





谢谢!

如课件有错误之处，请反馈到邮箱 qq_buaa@buaa.edu.cn