



---

# 多旋翼飞行器设计与控制

## 第四讲 动力系统建模和性能估算

全权 副教授

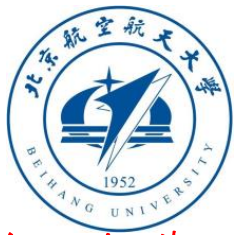
qq\_buaa@buaa.edu.cn

自动化科学与电气工程学院

北京航空航天大学

2016年3月31日 北航主南401

微信公共号: buaarfly



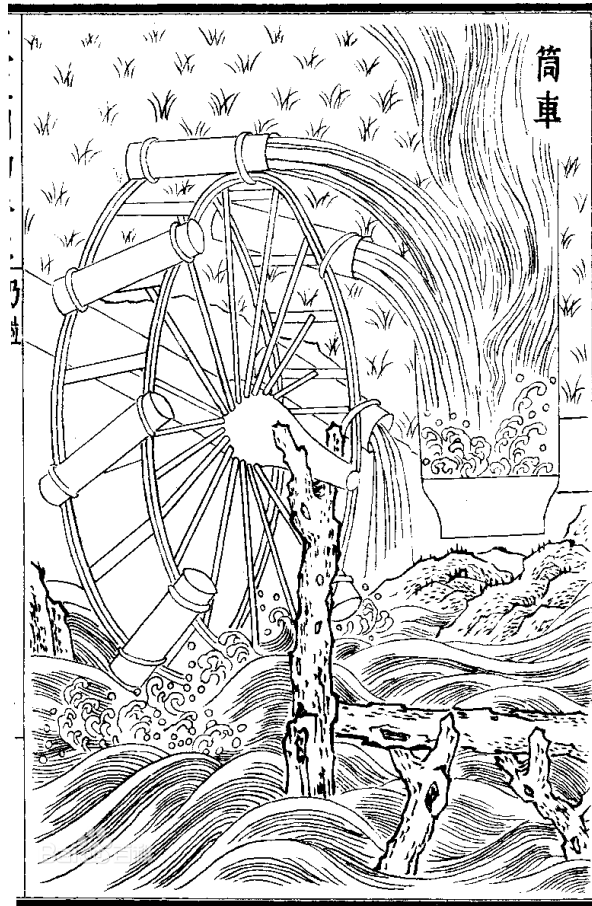
# 前言

**东方智慧：** 中国古人很早就认识到利用自然力量获得动力。据记载，这种筒车在唐代已经出现，唐陈廷章《水轮赋》：“水能利物，轮乃曲成。升降满农夫之用，低徊随匠氏之程。始崩腾以电散，俄宛转以风生。虽破浪于川湄，善行无迹；既斡流于波面，终夜有声。”宋梅尧臣《水轮咏》：

“孤轮运寒水，无乃农自营。随流转自速，居高还复倾。”《宋史·太祖纪三》：“六月庚子，步至晋王邸，命作机轮，挽金水河注邸中为池。”

宋李处权《土贵要予赋水轮》诗：“江南水轮不假人，智者创物真大巧。一轮十筒挹且注，循环上下无时了。”——文字来源百度百科，

图片来源于网络《天工开物》插画。





# 前言

---

如何估算一架多旋翼飞行器的悬停时间、飞行速度和剩余负载等性能指标呢？



# 大纲

---

1. 总体描述
2. 动力系统模型
3. 性能计算
4. 实验验证
5. 软件
6. 总结
7. 作业
8. 后续课程



# 1. 总体描述

## □ 动力系统各器件参数设定

螺旋桨  
拉力系数  
和转矩系数

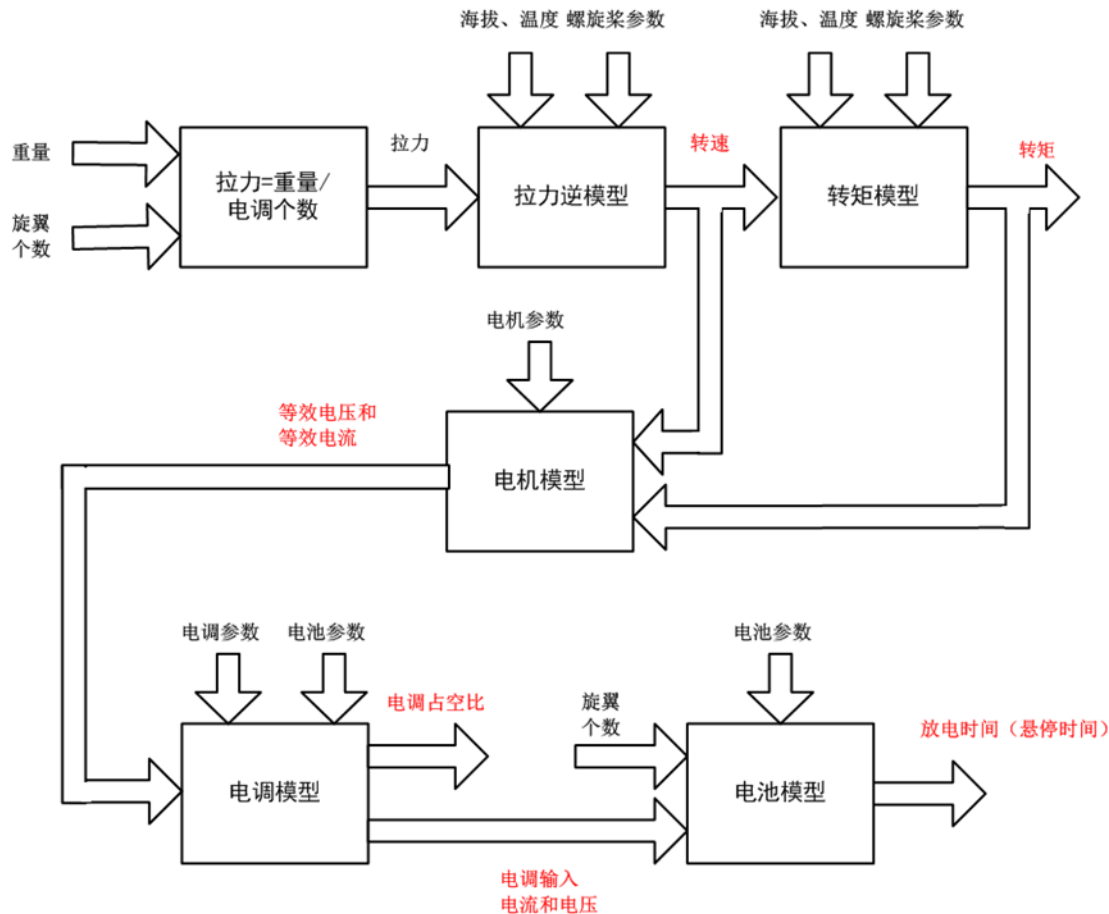
$C_T$   $C_M$

器件	参数指标
螺旋桨	$\Theta_p = \{ \text{直径 } D_p, \text{ 螺距 } H_p, \text{ 桨叶数 } B_p, \text{ 叶片平均气动弦长 } c_p, \text{ 重量 } G_p \}$
电机	$\Theta_m = \{ \text{标称空载电流 } I_{m0}, \text{ 标称空载电压 } U_{m0}, \text{ 标称空载 KV 值 } K_{V0}, \text{ 最大电流 } I_{mMax}, \text{ 内阻 } R_m, \text{ 重量 } G_m \}$
电调	$\Theta_e = \{ \text{最大电流 } I_{eMax}, \text{ 内阻 } R_e, \text{ 重量 } G_e \}$
电池	$\Theta_b = \{ \text{总容量 } C_b, \text{ 内阻 } R_b, \text{ 总电压 } U_b, \text{ 最大放电倍率 } K_b, \text{ 重量 } G_b \}$



# 1. 总体描述

## □ 求解悬停时间的总体思路



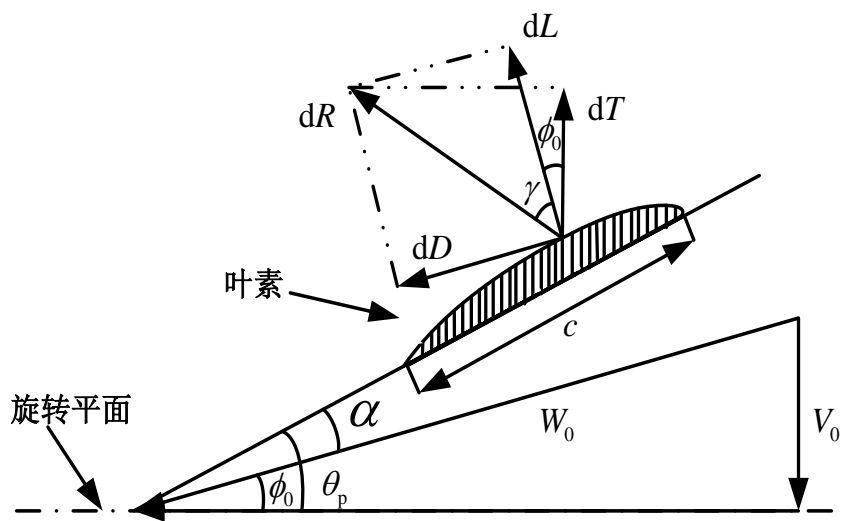
- 螺旋桨模型：  
拉力和转矩
- 电机模型
- 电调模型
- 电池模型



## 2. 动力系统模型

### □ 螺旋桨模型

叶素理论：该理论将螺旋桨叶片沿径向分为有限个微小片段，如图所示，每一个微小片段均被等效成一个小翼固定翼叶片，来推导其升力大小，即计算每一个叶素上的气动力，最后将这些叶素上的气动力积分求和，得到该螺旋桨叶片的总气动力大小。



$$dL = \frac{1}{2} C_l \rho W_0^2 c dr$$

$$dD = \frac{1}{2} C_d \rho W_0^2 c dr$$

$$\gamma = \arctan \frac{dD}{dL}$$

$$dR = \sqrt{dL^2 + dD^2} = \frac{dL}{\cos \gamma}$$

$$dT = dR \cos(\phi_0 + \gamma)$$



## 2. 动力系统模型

拉力  $T$

$$L = \frac{1}{2} C_l \rho S_{sa} W_0^2 = \frac{1}{2} C_l \rho \left( \frac{B_p}{2} \lambda D_p c_p \right) \left( \pi \zeta D_p \frac{N}{60} \right)^2$$
$$= \frac{1}{2} C_l \rho \left( \frac{B_p}{2} \lambda D_p \frac{D_p}{A} \right) \left( \pi \zeta D_p \frac{N}{60} \right)^2$$

螺旋桨有效面积

$$T = \frac{L \cos(\gamma + \phi_0)}{\cos(\gamma - \delta)} \approx L \propto \rho N^2 D_p^4 \Rightarrow T = C_T \rho \left( \frac{N}{60} \right)^2 D_p^4$$

展弦比

下洗效应修正角

转矩  $M$

$$M = \frac{1}{4} B_p C_d \rho W_0^2 S_{sa} D_p = \frac{1}{4} B_p C_d \rho \left( \pi \zeta D_p \frac{N}{60} \right)^2 \left( \frac{B_p}{2} \lambda D_p c_p \right) D_p$$
$$= \frac{1}{4} B_p C_d \rho \left( \pi \zeta D_p \frac{N}{60} \right)^2 \left( \frac{B_p}{2} \lambda D_p \frac{D_p}{A} \right) D_p \propto \rho N^2 D_p^5 \Rightarrow M = C_M \rho \left( \frac{N}{60} \right)^2 D_p^5$$



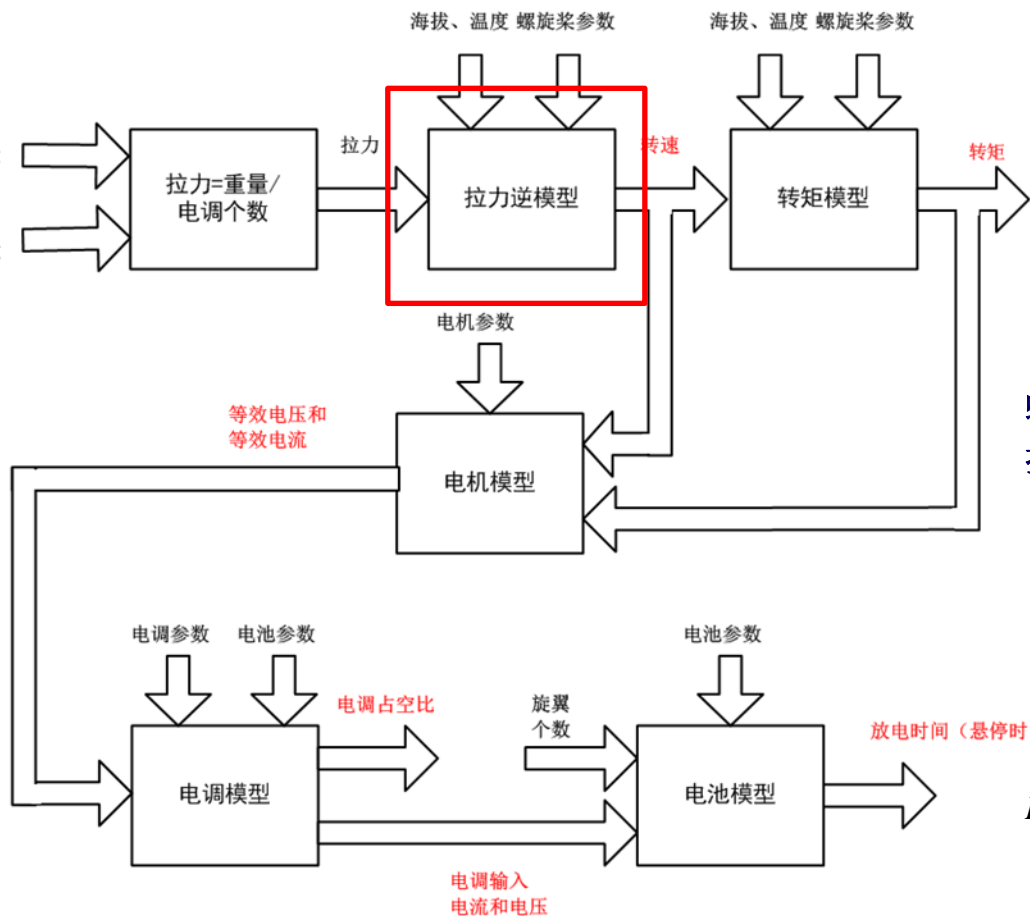


# 2. 动力系统模型



## 螺旋桨模型

### (1) 拉力模型



$$T = C_T \rho \left( \frac{N}{60} \right)^2 D_p^4$$

Labels for the equation:

- $T$ : 拉力 (Thrust)
- $C_T$ : 螺旋桨拉力系数 (Propeller thrust coefficient)
- $\rho$ : 空气密度 (Air density)
- $\frac{N}{60}$ : 转速 (RPM)
- $D_p$ : 螺旋桨直径 (Propeller diameter)

$$\rho = f_\rho(h, T_a)$$

Labels for the equation:

- $T_a$ : 温度 (Temperature)
- $h$ : 海拔 (Altitude)

$$P_a = \exp[5.25885 \times \lg(288.15 - 0.0065h) - 18.2573] / 1000000$$

Label for the equation:

- $h$ : 海拔 (Altitude)

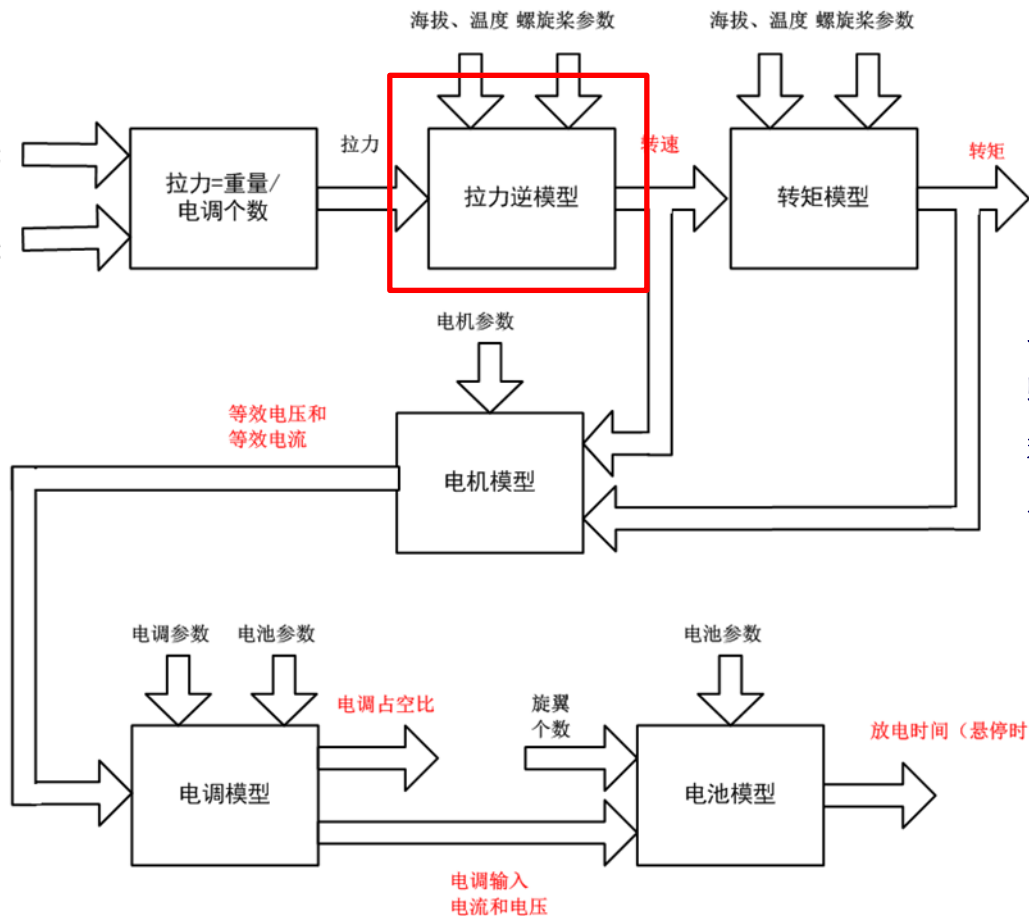


# 2. 动力系统模型

## □ 螺旋桨模型



### (2) 拉力逆模型



$$N = 60 \sqrt{\frac{T}{D_p^4 C_T \rho}}$$

单个螺旋桨拉力

$$T = \frac{G}{n_r}$$

螺旋桨个数

飞机重量

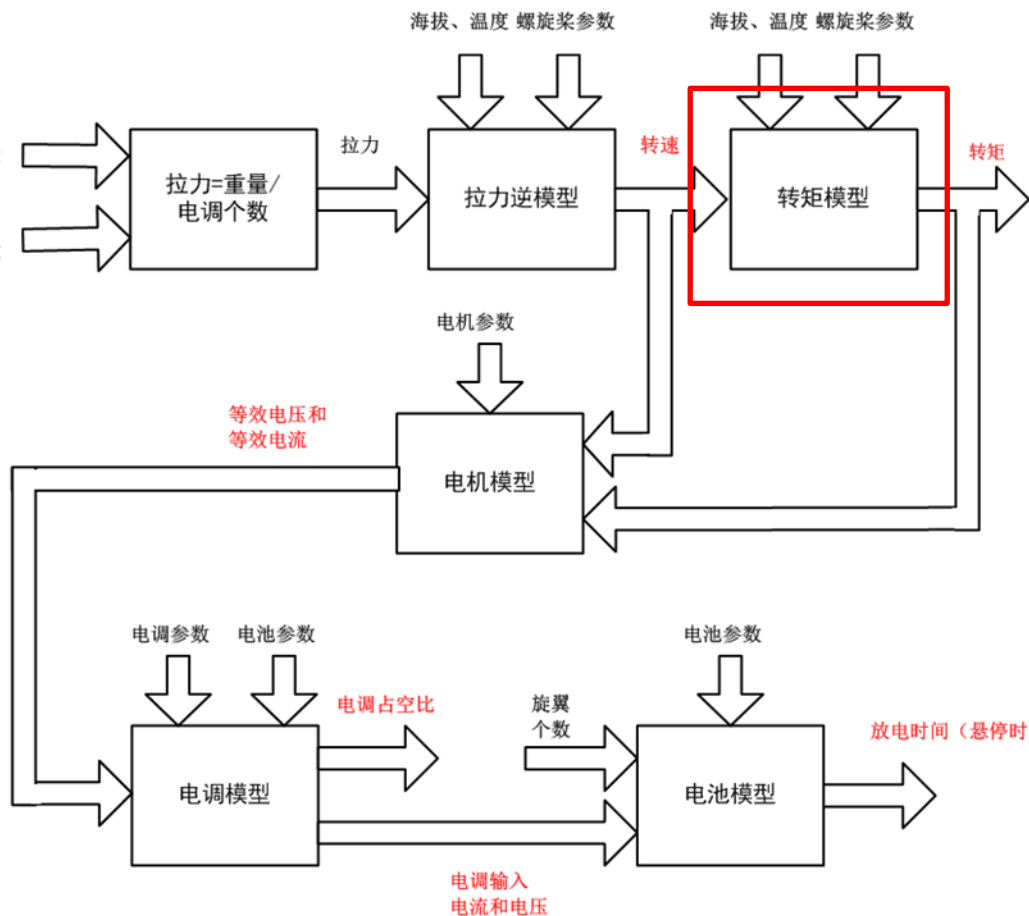
$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{n_r D_p^4 C_T \rho}}$$

转速 (RPM)



# 2. 动力系统模型

## 螺旋桨模型



### (3) 转矩模型



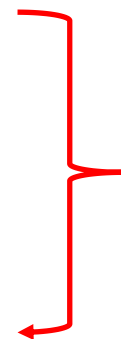
螺旋桨  
转矩系数

转矩

$$M = C_M \rho \left( \frac{N}{60} \right)^2 D_p^5$$

$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{n_r D_p^4 C_T \rho}}$$

$$M = C_M \frac{G}{n_r C_T} D_p$$



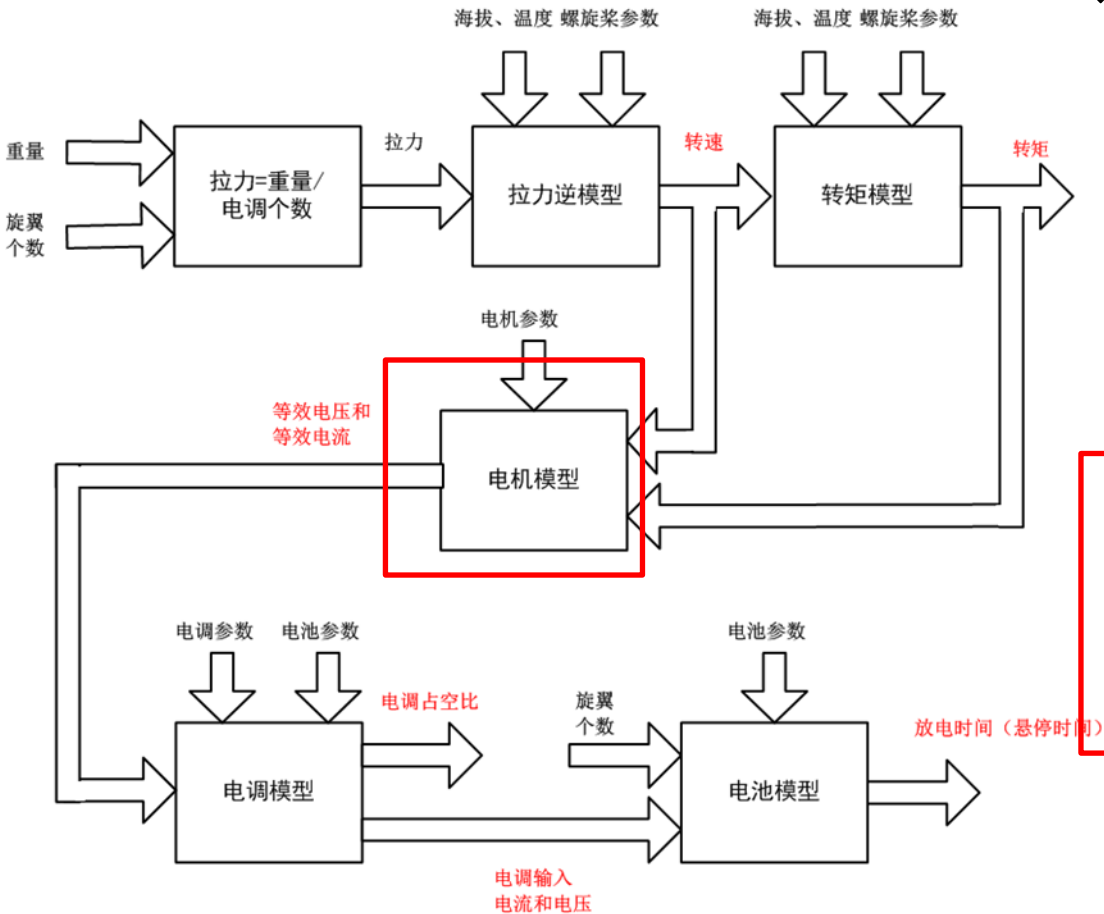


# 2. 动力系统模型



## 电机模型

### (1) 电磁转矩



$$T_e = K_T I_m$$

电磁  
转矩

电机  
转矩常数

电枢  
电流

$$K_T = \frac{60}{2\pi} K_E = 9.55 K_E$$

$$K_E = \frac{U_{m0} - I_{m0} R_m}{K_{v0} U_{m0}}$$

器件参数  
厂商可提供

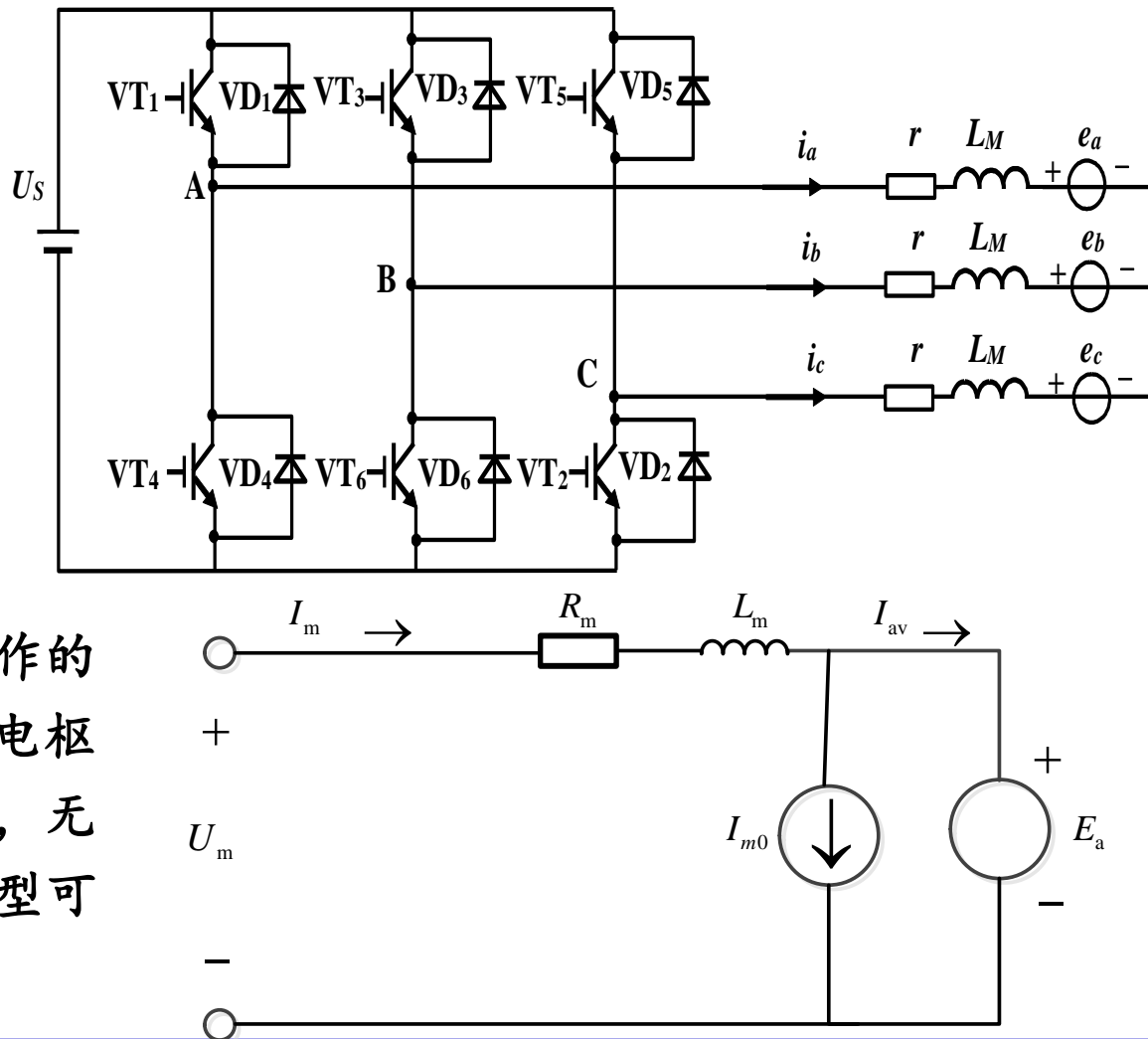


## 2. 动力系统模型

### 电机模型

方波驱动—  
梯形波反电  
势与方波电  
流

不考虑开关器件动作的过渡过程，并忽略电枢绕组的电感。这样，无刷直流电动机的模型可以简化为：





## 2. 动力系统模型

### □ 电机模型

#### (2) 输出转矩

$$M = K_T (I_m - I_{m0})$$

拉力逆模型得到转矩

空载  
电流 (提供)

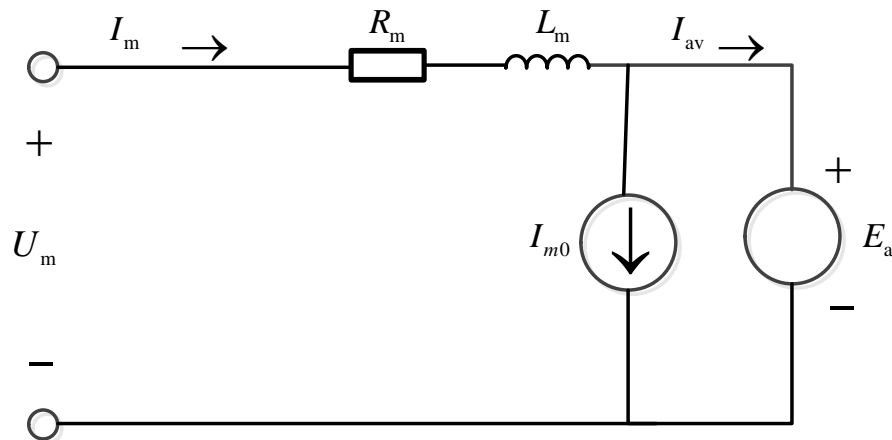


图. 电机简化模型

#### (3) 等效电流

$$I_m = \frac{M}{K_T} + I_{m0}$$

#### (4) 等效电压

$$U_m = K_E N + R_m I_m$$

拉力逆模型得到的  
转速



## 2. 动力系统模型

### □ 电机模型

(5) “大KV值配小桨，小KV值配大桨”？

由于电机的电磁功率 $P_{em}$ 可以表示为：

$$P_{em} = \frac{2\pi}{60} NT_e$$

$P_{em}$ 又可以表示为：

$$P_{em} = E_a I_m$$

借助 $N = K_V E_a$ 和 $T_e = K_T I_m$ ，那么

$$K_V \cdot K_T = \frac{N}{E_a} \cdot \frac{T_e}{I_m} = \frac{NT_e}{E_a I_m} = \frac{30}{\pi}$$

设某一电机输入功率一定，当电机具有大KV值时，相同输入电压下会产生大转速，但在电流一定的情况下产生的转矩小，故我们选用小桨。另一方面，当电机具有小KV值时，会产生小转速，大转矩，所以我们选用大桨。



$K_V$  和  $K_T$  成反比



# 2. 动力系统模型

## □ 电调模型

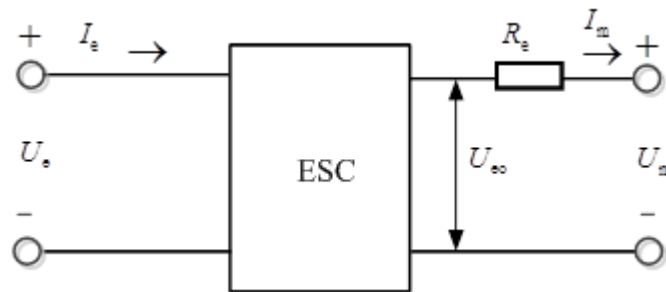
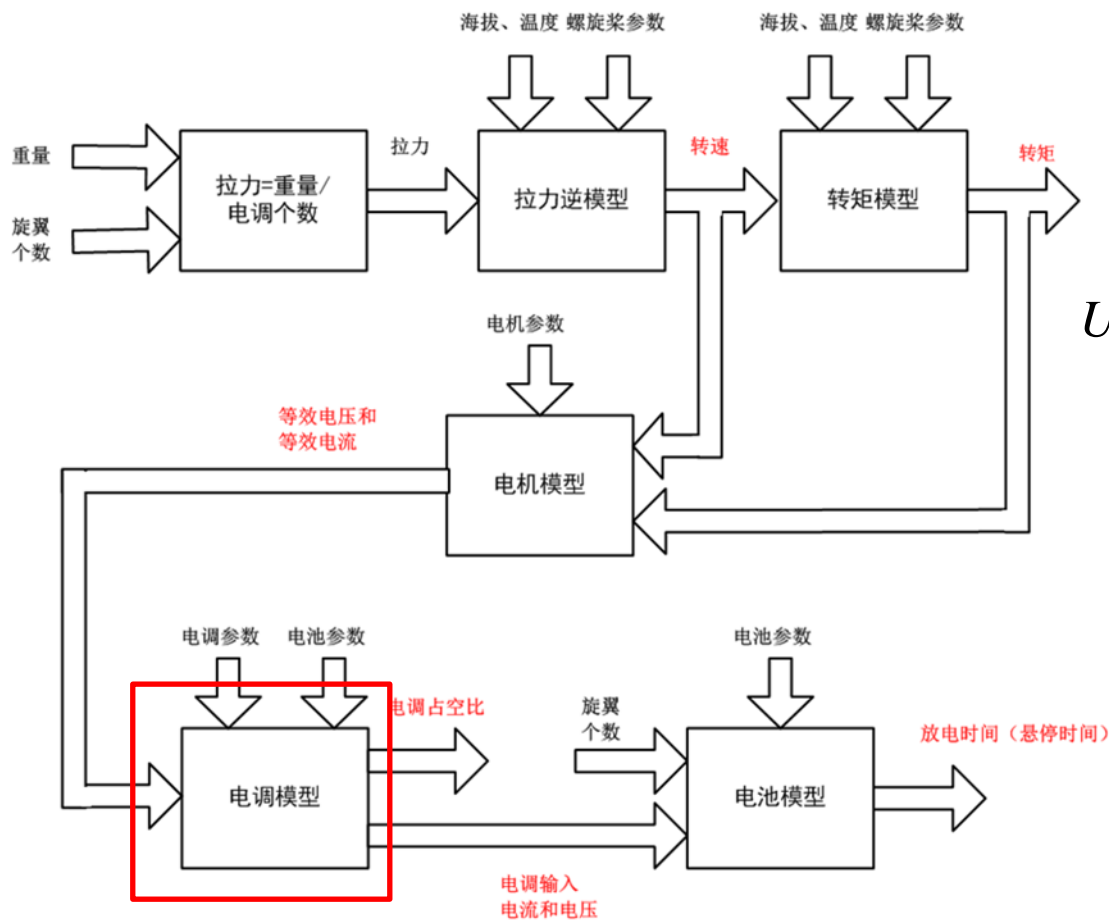


图. 电调模型

$U_{eo}$  为调节占空比后的等效直流电压，可表示为

$$U_{eo} = U_m + I_m R_e$$

电调输出电压占空比为

$$\sigma = \frac{U_{eo}}{U_e} \approx \frac{U_{eo}}{U_b}$$

占空比

电池电压





# 2. 动力系统模型

## 电调模型

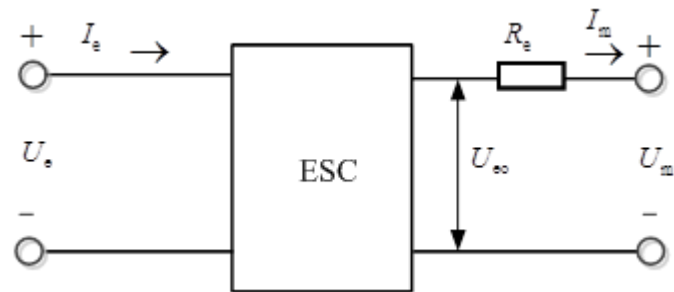
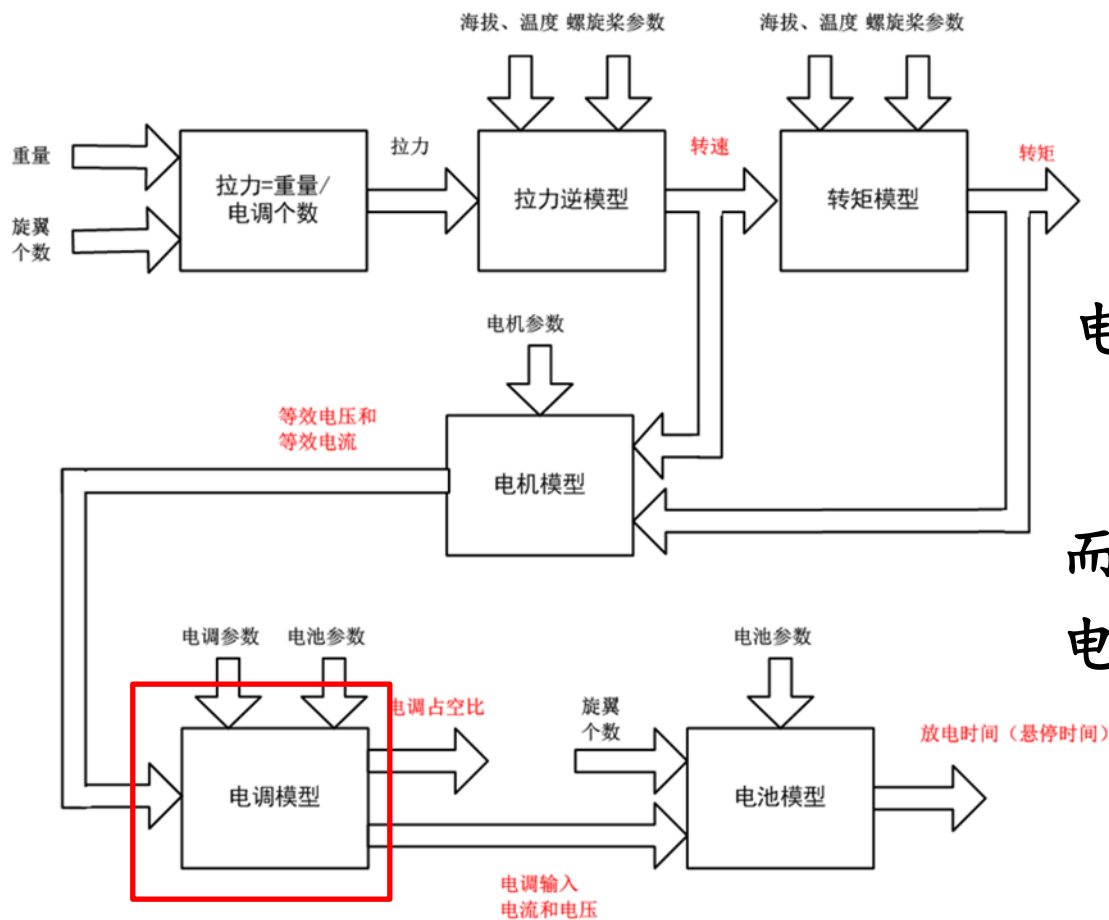


图. 电调模型

电调输入电流为

$$I_e = \sigma I_m$$

而电调输入电压（电池输出电压）为

$$U_e = U_b - n_r I_e R_b$$

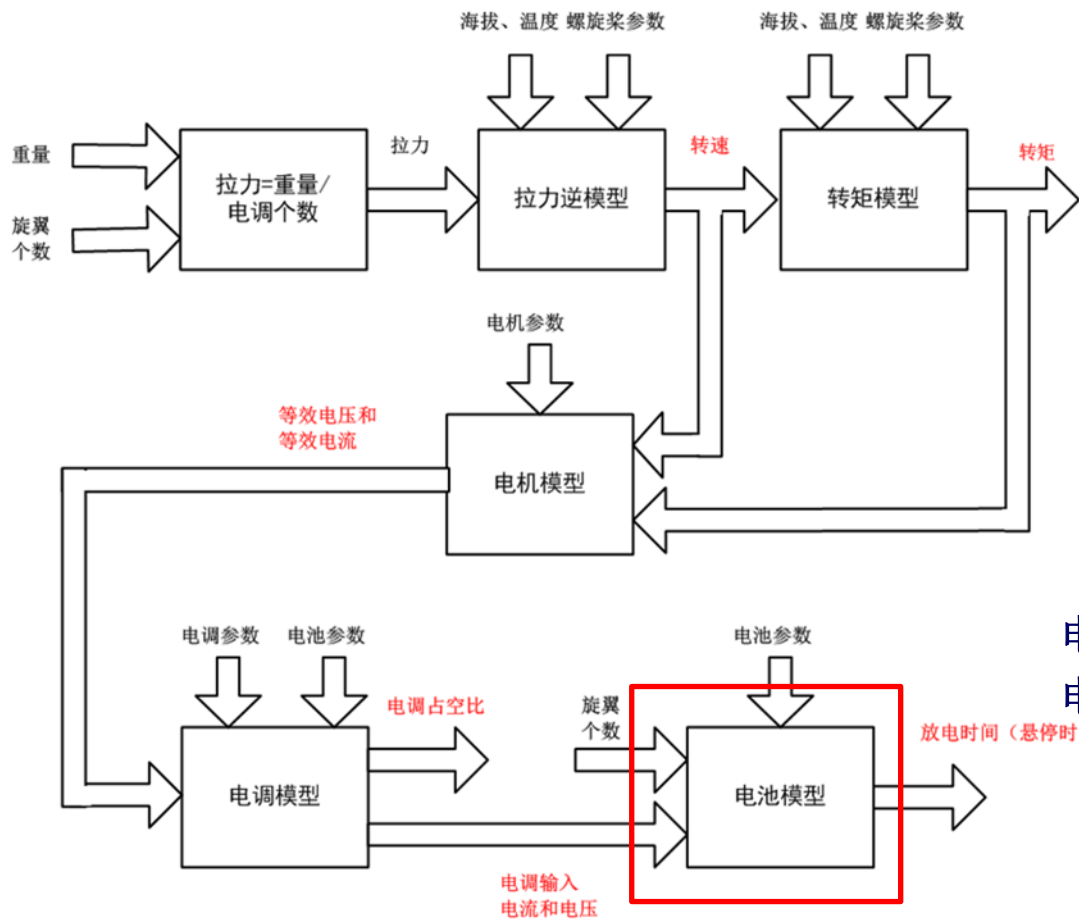
电调  
个数

电池  
内阻



# 2. 动力系统模型

## □ 电池模型



电池建模对电池实际放电过程进行简化，假设放电过程中电压保持不变，悬停电流为定值，电池的放电能力呈线性变化

电池  
电流

$$I_b \approx n_r I_e$$

$$C_{real} = C_b - I_b T_{real}$$

电池实际  
容量

电池  
使用时间

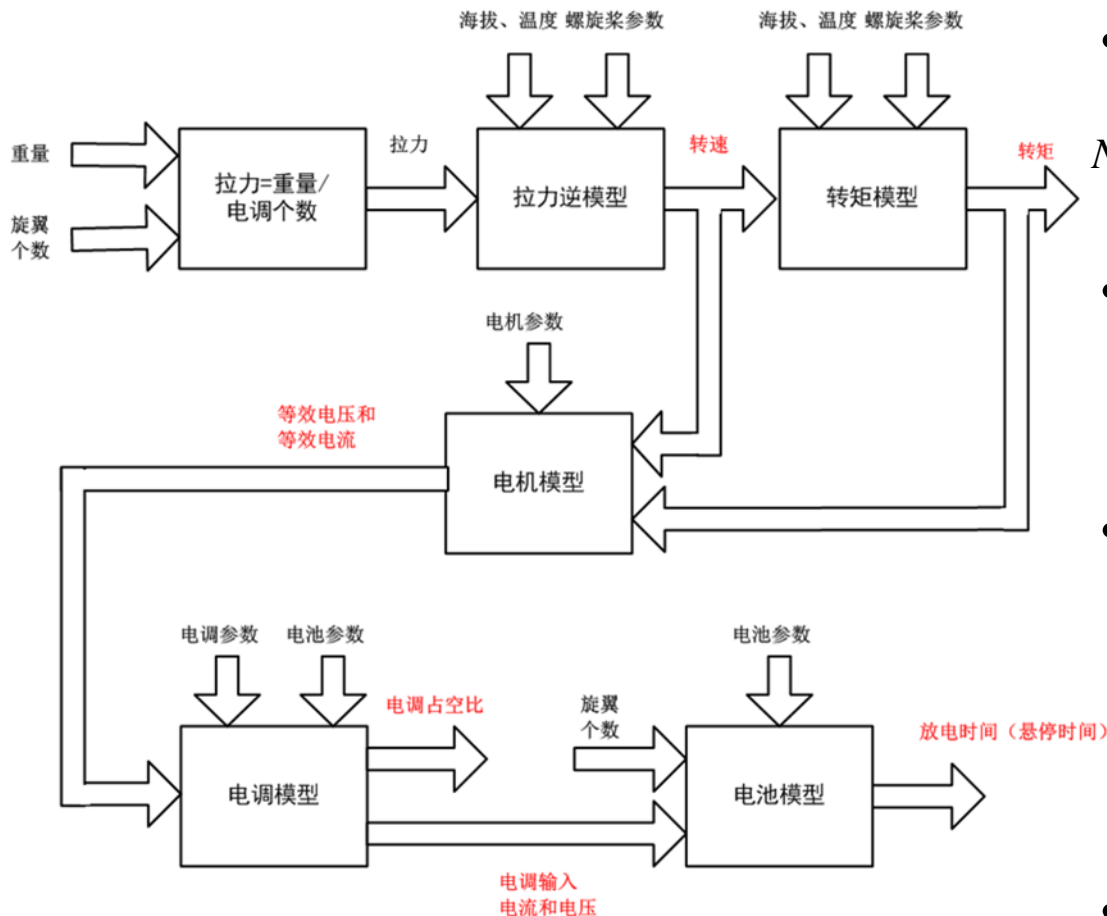
悬停时间 (min)

$$T_{loiter} = \frac{C_b - C_{min}}{I_b} \cdot \frac{60}{1000}$$

最小  
放电  
容量



# 3. 性能计算



- 螺旋桨模型

$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{\rho D_p^4 C_T (\Theta_p) n_r}}, \quad M = \rho D_p^5 C_M \left( \frac{N}{60} \right)^2$$

- 电机模型

$$U_m = f_{U_m} (\Theta_m, M, N), \quad I_m = f_{I_m} (\Theta_m, M, N)$$

- 电调模型

$$\sigma = f_{\sigma} (\Theta_e, U_m, I_m, U_b)$$

$$I_e = f_{I_e} (\sigma, I_m)$$

$$U_e = f_{U_e} (\Theta_b, I_e)$$

- 电池模型

$$T_{loiter} = f_{T_{loiter}} (\Theta_b, n_r I_e)$$



# 3. 性能计算

问题 1: 给定总重量  $G$ ，求解悬停时间  $T_{\text{loiter}}$ ，油门线性（占空比） $\sigma$ ，电调输入电流  $I_e$ ，电调输入电压  $U_e$ ，  
电池电流  $I_b$ ，转速  $N$ ，螺旋桨转矩  $M$ 。

## 螺旋桨模型

$$N = 60 \sqrt{\frac{G}{\rho D_p^4 C_T n_r}}, M = \rho D_p^5 C_M \left(\frac{N}{60}\right)^2$$

## 电机模型

$$U_m = f_{U_m}(\Theta_m, M, N)$$
$$I_m = f_{I_m}(\Theta_m, M, N)$$

## 电调模型

$$\sigma = f_{\sigma}(\Theta_e, U_m, I_m, U_b)$$

$$I_e = f_{I_e}(\sigma, I_m)$$

$$U_e = f_{U_e}(\Theta_b, I_e)$$

## 电池模型

$$I_b \approx n_r I_e$$

$$T_{\text{loiter}} = f_{T_{\text{loiter}}}(\Theta_b, I_b)$$



### 3. 性能计算

问题 2. 给定总重量  $G$ ，油门线性（占空比） $\sigma=1$ ，求解飞行器的极限情况下电调输入电流  $I_e$ ，电调输入电压  $U_e$ ，电池电流  $I_b$ ，转速  $N$ ，系统效率  $\eta$ （系统效率是指在满油门状态下螺旋桨输出功率与电池输出功率的比值）。

$$\sigma = f_{\sigma}(\Theta_e, U_m, I_m, U_b) = 1$$

$$\Theta_e, \Theta_p, \Theta_m, U_b \Rightarrow \begin{cases} M = \rho D_p^5 C_M \left(\frac{N}{60}\right)^2 \\ U_m = f_{U_m}(\Theta_m, M, N) \\ I_m = f_{I_m}(\Theta_m, M, N) \end{cases} \Rightarrow I_m, U_m, M, N \Rightarrow \begin{cases} I_e = f_{I_e}(1, I_m) \\ U_e = f_{U_e}(\Theta_b, I_e) \\ I_b \approx n_r I_m \end{cases}$$

$$\eta = \frac{2\pi}{60} \frac{n_r N M}{U_b I_b}$$

系统效率



### 3. 性能计算

问题 3. 给定总重量  $G$ ，油门线性（占空比） $\sigma = 0.8$ ，求解飞行器的最大载重和最大倾斜角。

$$\sigma = f_{\sigma}(\Theta_e, U_m, I_m, U_b) = 0.8$$

$$\Theta_e, \Theta_p, \Theta_m, U_b \quad \Rightarrow \quad M = \rho D_p^5 C_M \left( \frac{N}{60} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad I_m, U_m, M, N$$

$$U_m = f_{U_m}(\Theta_m, M, N)$$

$$I_m = f_{I_m}(\Theta_m, M, N)$$

$$\Rightarrow \quad T = C_T \rho D_p^4 \left( \frac{N}{60} \right)^2 \quad \text{单旋翼最大拉力}$$

$$\Rightarrow \quad G_{\text{maxload}} = n_r T - G \quad \text{最大载重}$$

$$\Rightarrow \quad \theta_{\text{max}} = \arccos \frac{G}{n_r T} \quad \text{最大俯仰角}$$



# 3. 性能计算

问题 4: 给定总重量  $G$ ，求解飞行器的最大飞行速度，最远飞行距离以及综合飞行时间（指飞行器飞行距离达到最远时的飞行时间）。

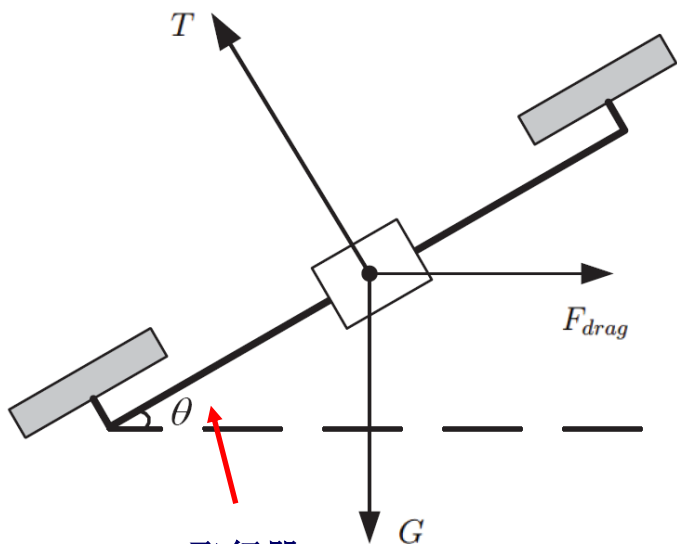
## □ 飞行器前飞速的

- 阻力跟拉力的关系

$$\begin{aligned} F_{\text{drag}}(\theta) &= G \tan \theta \\ T(\theta) &= \frac{G}{n_r \cos \theta} \end{aligned}$$

- 阻力跟速度的关系

$$\begin{aligned} F_{\text{drag}}(\theta) &= \frac{1}{2} C_d(\theta) \rho V^2 S \\ C_d(\theta) &= C_1 (1 - \cos^3 \theta) + C_2 (1 - \sin^3 \theta) \end{aligned}$$



飞行器俯仰角

飞行器前飞速度

$$V(\theta) = \sqrt{\frac{2G \tan \theta}{\rho S [C_1 (1 - \cos^3 \theta) + C_2 (1 - \sin^3 \theta)]}}$$



# 3. 性能计算

问题 4: 给定总重量  $G$ , 求解飞行器的最大飞行速度, 最远飞行距离以及综合飞行时间 (指飞行器飞行距离达到最远时的飞行时间)。

## □ 飞行器前飞距离

- 螺旋桨转速

$$N(\theta) = \frac{60 \sqrt{\frac{2G}{\rho C_{1n_r} \cos \theta S_{sa}}}}{\pi \zeta D_p}$$

- 螺旋桨转矩

$$M(\theta) = \frac{1}{4} \rho B_p C_d \left[ \pi \zeta D_p \frac{N(\theta)}{60} \right]^2 S_{sa} D_p$$

- 飞行时间 (见第一问)

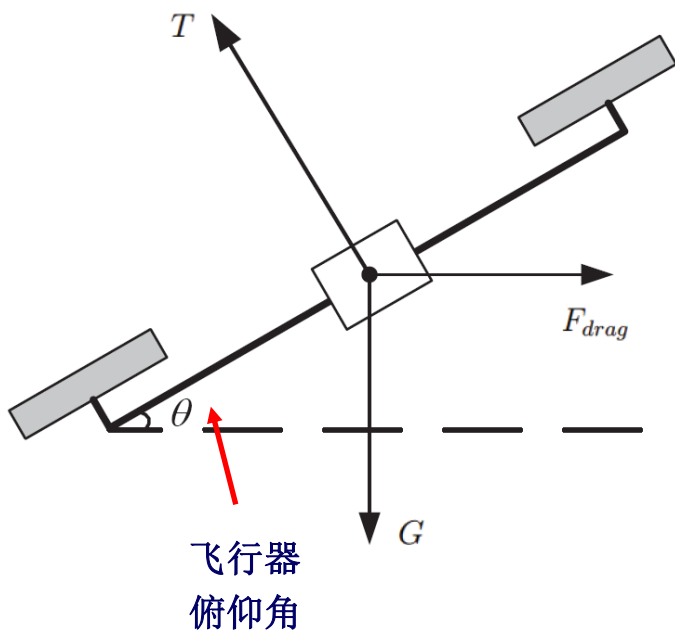
$$T_{\text{fly}}(\theta) \quad (\text{飞行时间, min})$$

- 飞行距离

$$Z(\theta) = 60 V(\theta) T_{\text{fly}}(\theta)$$

- 最远飞行距离

$$\max_{\theta \in [0, \theta_{\max}]} V(\theta)$$







## 3. 性能计算

### □约束问题

约束1：油门线性（占空比）在 $[0, 1]$ 之间；一般我们希望，合理的占空比在**50%**左右，也就是说油门在中间的时候，恰好多旋翼能够悬停。

约束2：**电机电枢电流不超限**，否则电机会烧掉。

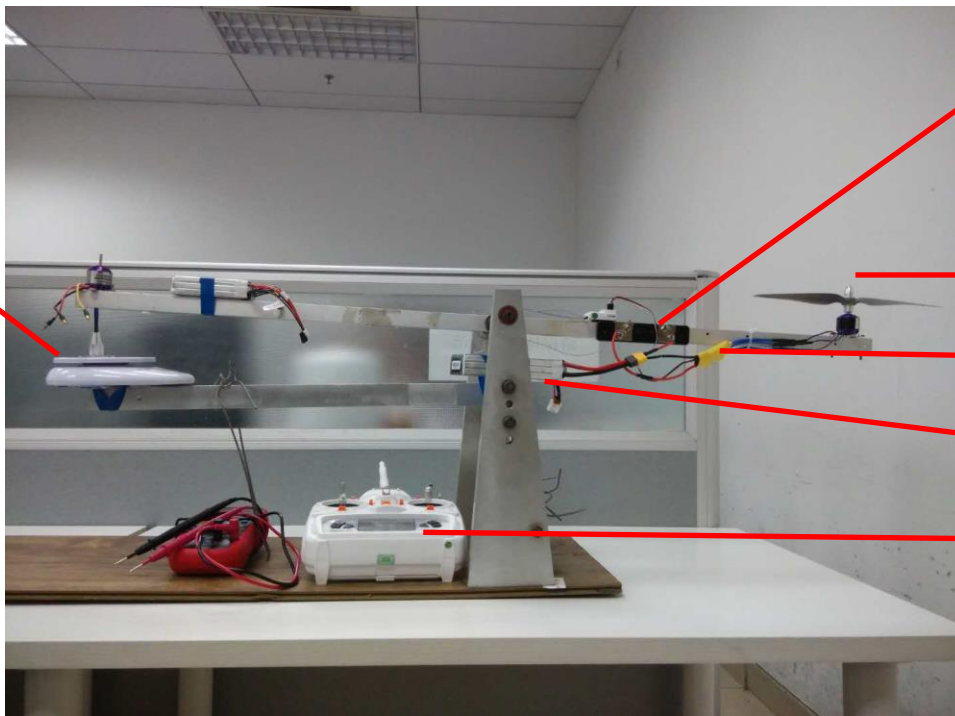
约束3：**电调输入电流不超限**，否则电调会烧掉。

约束4：**电池输入电流不超限**，否则发热损坏电池。



## 4. 实验验证

电子秤：  
测量拉力



分流器：测量  
电调电流

电机+螺旋桨

电调

电池

遥控器

1. 验证在不同转速下，模型算出的**拉力**大小与**电调电流**大小是否与实际相符
2. 验证**悬停时间**这一代表性性能指标

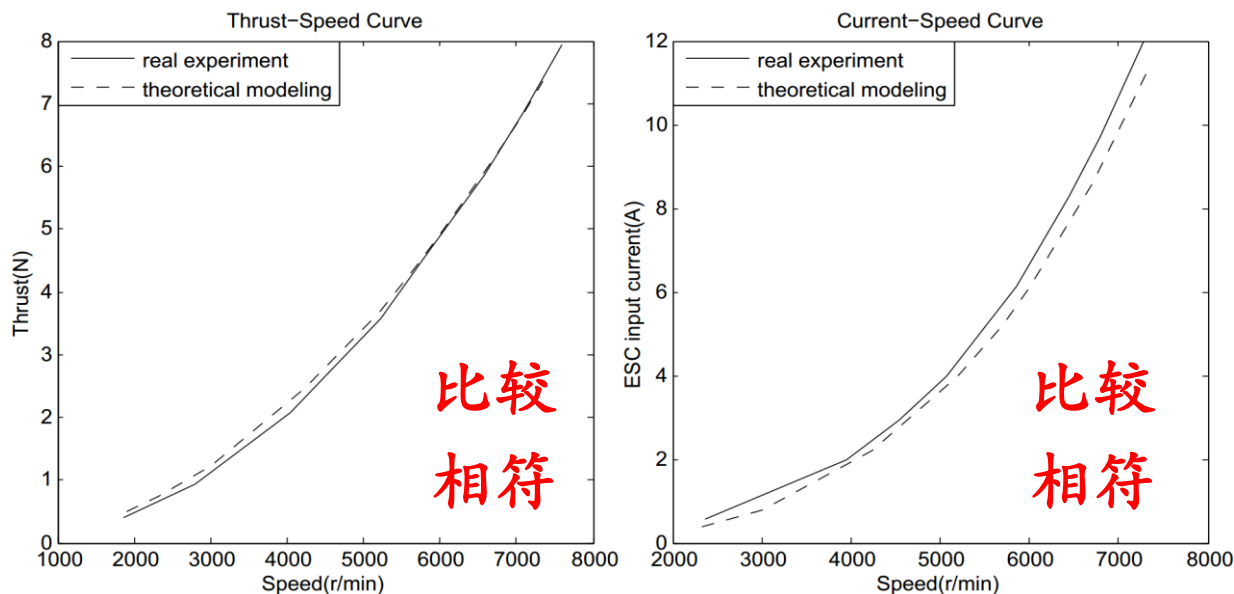


## 4. 实验验证

表.实验参数表

Environment	$h=50\text{m}, T_t=20^\circ\text{C}$
Propeller	APC 10x45MR ( $D_p=10\text{inch}, H_p=4.5\text{inch}, B_p=2$ )
Motor	Sunnysky Angel A2212 ( $K_{V0}=980\text{rpm/V}, R_m=0.12\Omega,$ $I_{mMax}=20\text{A}, I_{m0}=0.5\text{A}, U_{m0}=10\text{V}$ )
ESC	$I_{eMax}=30\text{A}, R_e=0.008\Omega$
Battery	ACE ( $C_b=4000\text{mAh}, U_b=12\text{V}, R_b=0.016\Omega, K_b=25\text{C}$ )
Others	$A=5, \varepsilon=0.85, \lambda=0.75, \zeta=0.5, e=0.83,$ $C_{fd}=0.015, \alpha_0=0, K_0=6.11, C_{min}=0.2C_b$

□ 验证在不同转速下，模型算出的拉力大小与电调电流大小是否与实际相符





## 4. 实验验证

### □ 验证悬停时间

- 为了模拟飞行器悬停状态，实验中产生的拉力可以当做飞行器悬停时单个旋翼产生的拉力
- 悬停时间与电池安全放电时间等效
- 实验结果：

Vitual Multicopter	$G=14.7N, n_r=4$	
Environment	见上页的实验参数表	
Components	见上页的实验参数表	
Hovering Endurance	Experiment	12.5min
	Proposed	12.2min







比较相符



# 5. 软件

[www.flyeval.com](http://www.flyeval.com) 使用演示

The screenshot shows a web browser window with the URL flyeval.com. The page features a logo with 'Fe' and the text '飞行评测 Flying Evaluation'. Below the logo are navigation links: '首页', '反馈&联系', '关于我们', and '语言'. The main content area contains a configuration form with the following fields:

	整机重量 1.0 kg	机架轴距 450 mm	飞行海拔 500 m	空气温度 25 °C	外形气动 一般
	电池放电下限 15%	安全起飞油门上限 85%	飞控最大倾角 无限制	飞控&附件电流 0.5 A	
	电机品牌 请选择..		型号 请选择..		
	螺旋桨品牌 请选择..		型号 请选择..		
	电调品牌 请选择..		型号 请选择..		
	电池品牌 请选择..		型号 请选择..		



## 6. 总结

- 动力系统设计是飞行总体型能的核心
- 多旋翼性能评估网站 [www.flyeval.com](http://www.flyeval.com)
  - 寻求最佳的配置，即根据给定一架多旋翼飞行器的悬停时间、最大负载重量和飞行距离等飞行性能给出最佳的配置。
  - 增加动态的飞行指标。目前的评估是围绕能量转化过程，**并没有从控制角度来评估**。比如：螺旋桨的惯性太大会影响控制效果，甚至导致很难设计控制器。因此，评估不仅仅要看静态的飞行性能要求，还要看动态的飞行指标。我们将用可控度去评价一架多旋翼。



# 7. 作业

题2. 完成以下两小题，并写成报告。

(1) 给定一架四旋翼，其总重量为 1.5kg (包括负载)，飞行地点海拔为 50m，当地温度 25°C，部件参数如下表所示：

部件	参数指标
螺旋桨 (APC1045)	$\Theta_p = \{\text{直径 } D_p = 10\text{inch}、\text{螺距 } H_p = 4.5\text{inch}、\text{桨叶数 } B_p = 2、\text{拉力系数 } C_T = 0.0984、\text{转矩系数 } C_M = 0.0068\}$
电机 (Sunnysky A2814-900)	$\Theta_m = \{\text{标称空载电流 } I_{m0} = 0.6\text{A}、\text{标称空载电压 } U_{m0} = 10\text{V}、\text{标称空载 KV 值 } K_{V0} = 900\text{rpm/V}、\text{最大电流 } W_{m\text{Max}} = 335\text{W}、\text{内阻 } R_m = 0.08\Omega\}$
电调 (max 30A)	$\Theta_e = \{\text{最大电流 } I_{e\text{Max}} = 30\text{A}、\text{内阻 } R_e = 0.008\Omega\}$
电池 (Lipo4000mAh)	$\Theta_b = \{\text{总容量 } C_b = 4000\text{mAh}、\text{内阻 } R_b = 0.0084\Omega、\text{总电压 } U_b = 12\text{V}、\text{最大放电倍率 } K_b = 65\text{C}\}$

- 1) 请根据已知条件，估算其悬停时间，要求给出详细的计算过程；
- 2) 用 [www.flyeval.com](http://www.flyeval.com) 网站进行验证，并用网站截图对比说明正确性。





# 7. 作业

题 2. 完成以下两小题，并写成报告。

(2) 设一架六旋翼无人机加上负载后总重量为 10kg，给出一组合适的六旋翼配置单(确定电机、螺旋桨、电调、电池品牌型号)，使得该六旋翼能够正常在空中悬停，悬停时间越大越好(至少大于 3min)，其中：基本条件如下图所示。

	整机重量 10 kg	机架轴距 850 mm	飞行海拔 50 m	空气温度 25 °C	外形气动 一般 ▼
	电池放电下限 15% ▼	油门安全上限 85% ▼	飞控最大倾角 无限制 ▼	附加电流消耗 1 A	

请利用 [www.flyeval.com](http://www.flyeval.com) 评估网站选择部件，并用网站截图说明。注：不能自定义参数，只能选择已有型号。





## 8. 后续部分

多旋翼飞行器**设计部分**已经结束，下周开始多旋翼飞行器**控制部分**，包括 建模、估计、控制、决策 四个部分。

下一个阶段 建模部分，分两次课

### 2016. 4. 7 坐标系和姿态表示

- 主要介绍世界惯性坐标系和机体坐标系，以及姿态的三种表示方法：欧拉角、旋转矩阵和四元数。

### 2016. 4. 14 多旋翼的动态模型和参数测量

- 这一部分包括姿态模型、动力学模型、控制分配模型、电机模型，还包括气动阻力模型，已及如何测量相关参数。



# 资源

- (1) 课程中心 (课件、资料、作业等)
- (2) 可靠飞行控制研究组主页 (课件等)

<http://rfly.buaa.edu.cn/resources/>

- (3) 关注可靠飞行控制研究组公众号 buaarfly



- (4) 加入课程官方交流群获取更多的资料分享



群名称: 多旋翼设计与控制交流  
群号: 183613048



---

# 谢谢!